THEME 8

DROITES REMARQUABLES
CAS PARTICULIERS

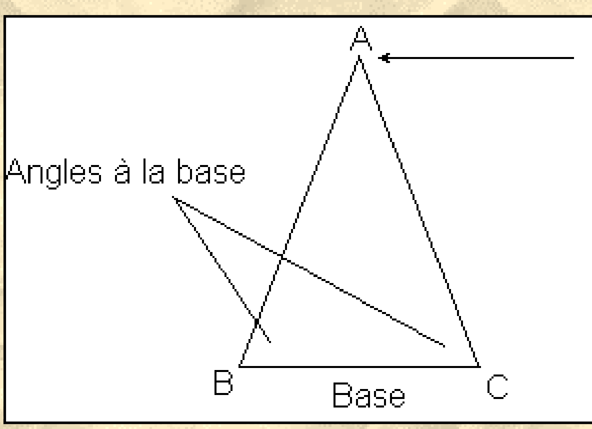
▶ CAS PARTICULIER 1 : LE TRIANGLE ISOCELE

Isocèle : (de isos , " égal " et skelos , " jambe ') qui a deux jambes .

La véritable orthographe adoptée par le Dictionnaire de Littré est isoscèle. (Réf. Dictionnaire des mathématiques élémentaires - Stella Baruk - Seuil)

Définition :

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.



Le triangle ABC est dit " triangle isocèle en A " ou " triangle isocèle de sommet principal A

Propriété :

Dans un triangle isocèle, les angles à la base ont même mesure.
Inversement, si un triangle a deux angles de même mesure, ce triangle est isocèle.

Propriété :

Dans un triangle ABC isocèle en A, la médiatrice du coté [BC] (côté opposé au sommet principal A), la médiane, la hauteur et la bissectrice issue de A sont confondues.

Propriété :

Un triangle est isocèle si, parmi les quatre droites relatives à un sommet (médiatrice*, médiane, bissectrice et hauteur), deux sont confondues. Elles sont alors toutes confondues. Cette droite est axe de symétrie du triangle.

** la médiatrice n'est pas relative à un sommet, mais à un côté.*

▶ CAS PARTICULIER 2 : LE TRIANGLE EQUILATERAL

Equilatéral : dont les côtés ont même longueur . Equilatéral : du latin aequus, égal et latus, côté.Les grecs utilisaient le mot isopleure. ---Isopleure : du grec isos, égal et pleura, côtés. Ce mot n'est plus utilisé et a été remplacé par équilatéral.

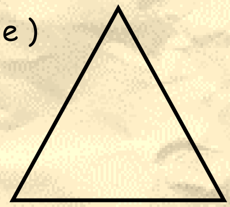
Généralement utilisé pour parler de triangles équilatéraux, il est cependant possible de parler de polygone équilatéral, c'est à dire dont tous les côtés ont même longueur.

Remarquons qu'un triangle équilatéral est équiangle (angles de même mesure), mais un polygone équilatéral ne l'est pas forcément : par exemple, le losange.

Définition :

Un triangle équilatéral est un triangle dont les côtés ont même longueur.

Remarque : Un triangle équilatéral est un triangle isocèle particulier. (3 « fois » isocèle)



Propriété :

Un triangle équilatéral a trois angles dont la mesure est égale à 60° .

Propriété caractéristique :

Inversement (réciproquement), un triangle ayant ses angles de même mesure est un triangle équilatéral.

Propriété :

Dans un triangle équilatéral, les quatre droites remarquables relatives à un même sommet (médiatrice*, médiane , hauteur et bissectrice) sont confondues .

Ces trois droites sont les axes de symétrie du triangle.

** la médiatrice n'est pas relative à un sommet, mais à un côté.*

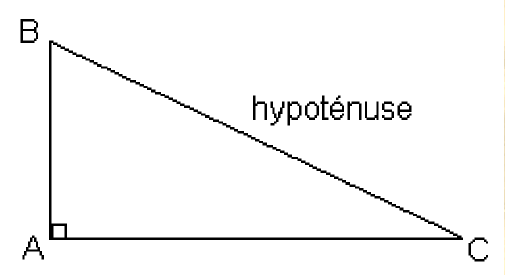
Propriété :

Dans un triangle équilatéral, le centre du cercle circonscrit, le centre de gravité, l'orthocentre et le centre du cercle inscrit sont confondus.

▶ CAS PARTICULIER 3 : LE TRIANGLE RECTANGLE

Définition :

Un triangle rectangle est un triangle qui a un angle droit.



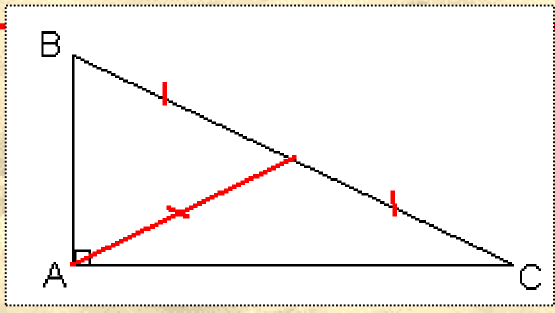
Vocabulaire :

Hypoténuse : Le côté opposé au sommet de l'angle droit s'appelle l'hypoténuse . C'est le plus long des trois côtés du triangle.

Le triangle ABC est dit " triangle rectangle en A "

Propriété :
Dans un triangle rectangle , les angles aigus sont complémentaires (somme égale à 90°)

Propriété : Propriété dite de la médiane (dans un triangle rectangle)
Dans un triangle rectangle, la médiane relative à l'hypoténuse a pour longueur la moitié de la longueur de l'hypoténuse.

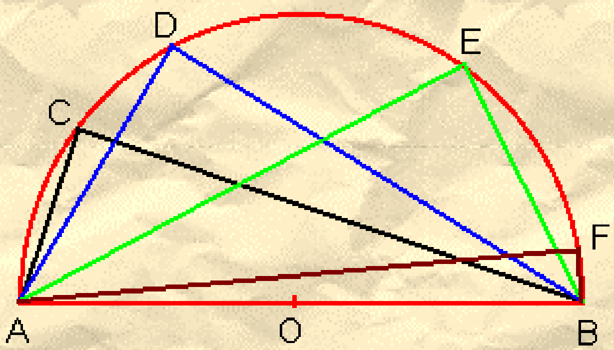


Propriété caractéristique : (Réciproque de la propriété de la médiane)
Si dans un triangle, la médiane relative à un côté mesure la moitié de ce côté, alors le triangle est rectangle .

Conséquences de la propriété de la médiane et de sa réciproque :

Propriété :
Dans un triangle rectangle, le cercle circonscrit a pour centre le milieu de l'hypoténuse et pour diamètre, l'hypoténuse.

Propriété caractéristique :
Si un point C appartient à un cercle de diamètre [AB] , alors le triangle est rectangle en C.



Les triangles ABC, ABD, ABE et ABF sont rectangles respectivement en C, en D, en E et en F.

Autres énoncés de cette dernière propriété :

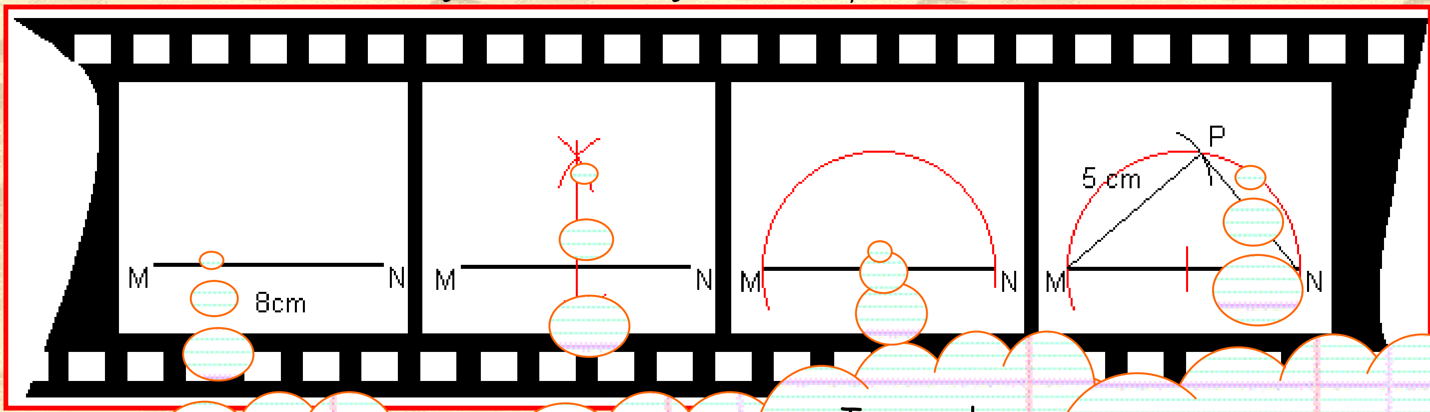
Le triangle obtenu en joignant un point d'un cercle aux deux extrémités d'un diamètre, est un triangle rectangle.

Tout triangle inscrit dans un cercle de diamètre un côté du triangle, est un triangle rectangle.

▶ CONSTRUCTIONS

▶1 - Savoir construire un triangle rectangle connaissant la mesure d'un côté de l'angle droit et la mesure de l'hypoténuse :

Construire un triangle MNP rectangle en P tel que MN = 8 cm et MP = 5 cm.



Traçons un segment [MN] de longueur 8 cm

Comme le triangle rectangle MNP est inscrit dans un cercle de diamètre [MN].

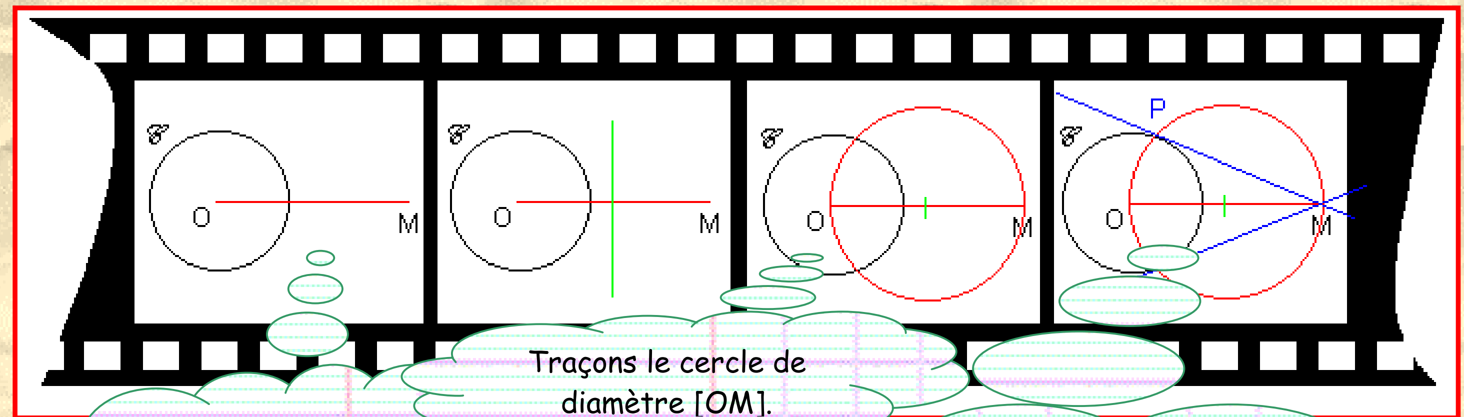
Traçons la médiatrice de [MN], puis le cercle de diamètre [MN].

A l'aide du compas, traçons sur le cercle un point P tel que MP = 5 cm.
Le triangle MNP est rectangle en P.

▶2 - Savoir construire les tangentes à un cercle passant par un point (extérieur au cercle)

Définition :

Une droite Δ est tangente au point P à un cercle C de centre O si la droite Δ et la droite (OP) sont perpendiculaires.



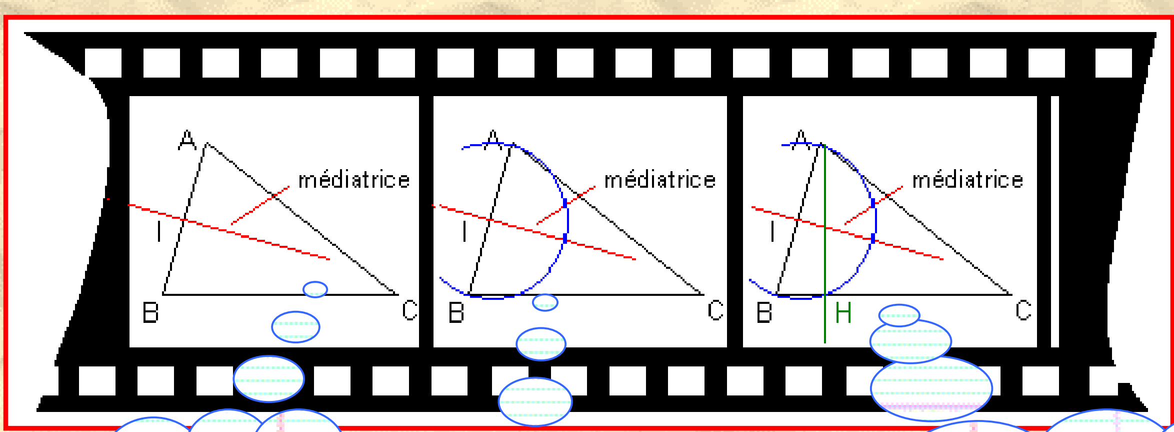
Soit C un cercle et M un point. Traçons le segment [OM].

Traçons le cercle de diamètre [OM].

Le cercle tracé et le cercle C sont sécants en P et P'.
Comme P (respectivement P') est un point du cercle de diamètre [OM], le triangle OMP est rectangle en P (respectivement en P'). Par conséquent, la droite (PM) est perpendiculaire en P à la droite (OP) (de même pour P'). Nous venons de tracer les tangentes au cercle C qui passent par M

▶ 3 - Savoir construire les hauteurs d'un triangle (autre méthode)

Cette mèthode peut-être utilisée lorsque les médiatrices du triangles sont construites (ou , plus précisément ,lorsque les milieux des côtés du triangle sont connus)



Traçons la médiatrice du côté [AB] (ou du côté [AC])

Traçons le cercle de diamètre [AB]. Il coupe la droite (BC) en un point H.

Le point H est un point du cercle de diamètre [AB] , donc le triangle ABH est rectangle en H. Vous venez de tracer la hauteur issue de A au triangle ABC.