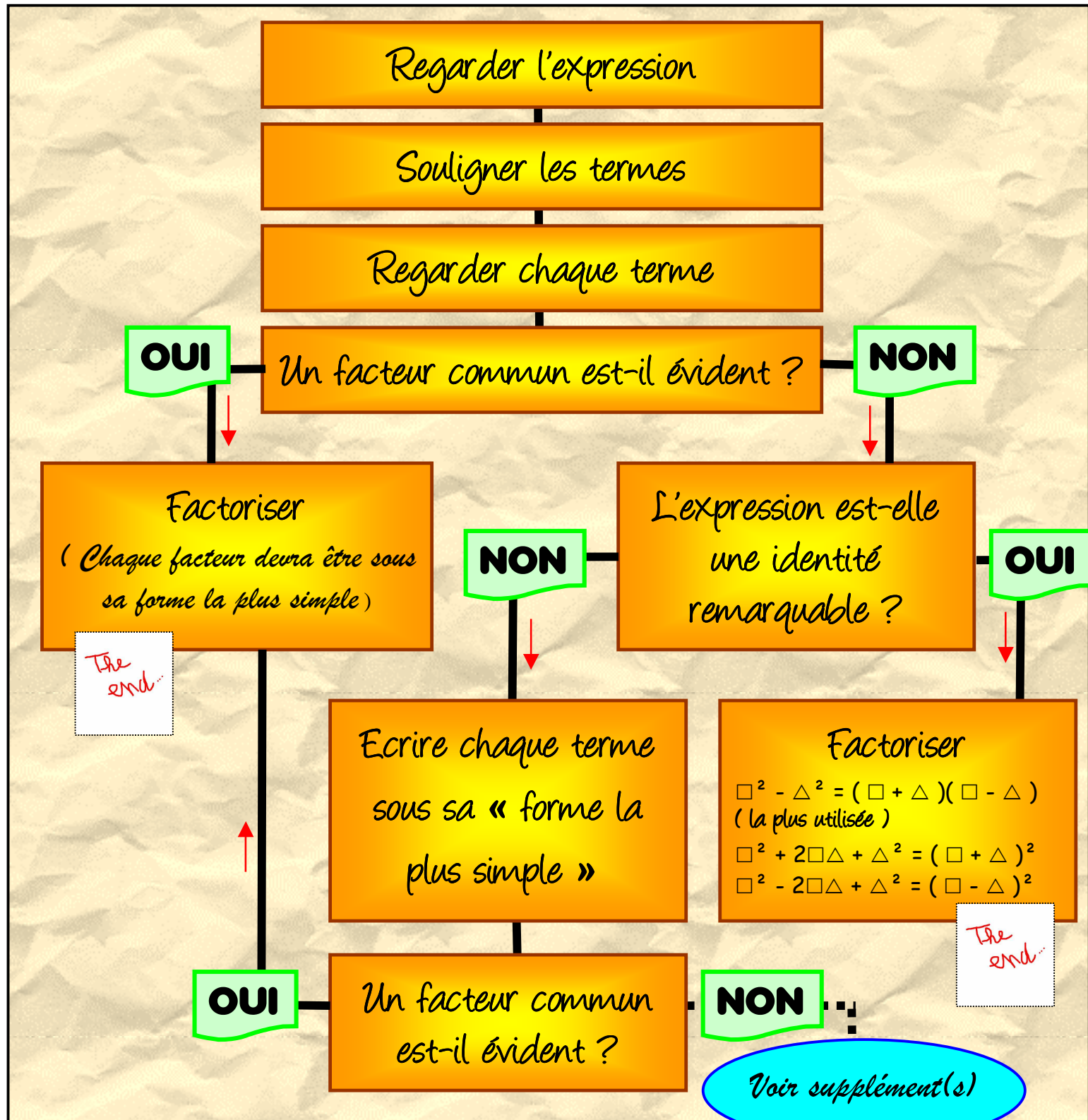


# THEME 8

## FACTORISATION

### SOUTIEN - EXERCICES SUPPLEMENTAIRES



### Exercice 1 : Brevet des Collèges - Nantes - 1997

On pose  $B = (x + 7)^2 + 3(x + 7)$ .

- Développer et réduire B.
- Factoriser B.

Correction :

$$1) B = (x + 7)^2 + 3(x + 7)$$

$$B = (x^2 + 14x + 49) + (3x + 21)$$

$$B = x^2 + 14x + 49 + 3x + 21 = x^2 + 17x + 70$$

$$2) B = (x + 7)^2 + 3(x + 7)$$

$$B = (x + 7)(x + 7) + 3(x + 7)$$

$$B = (x + 7)[(x + 7) + 3] = (x + 7)[x + 7 + 3]$$

$$B = (x + 7)(x + 10)$$

### Exercice 2 : Brevet des Collèges - Orléans - 1998

On donne l'expression  $C = (5x + 4)(2x + 3) + (2x + 3)^2$

- Développer et réduire C.
- Factoriser C.

Correction :

$$1) C = (5x + 4)(2x + 3) + (2x + 3)^2$$

$$C = (10x^2 + 15x + 8x + 12) + (4x^2 + 12x + 9)$$

$$C = 10x^2 + 15x + 8x + 12 + 4x^2 + 12x + 9 = 14x^2 + 35x + 21$$

$$2) C = (5x + 4)(2x + 3) + (2x + 3)(2x + 3)$$

$$C = (2x + 3)[(5x + 4) + (2x + 3)]$$

$$C = (2x + 3)[5x + 4 + 2x + 3] = (2x + 3)(7x + 7)$$

### Exercice 3 : Brevet des Collèges - Antilles - 1996

Soit l'expression  $D = -2x(3x - 5) + (x + 7)(3x - 5)$

- Développer puis réduire D.
- Factoriser D.

Correction :

$$1) D = -2x(3x - 5) + (x + 7)(3x - 5)$$

$$D = -6x^2 + 10x + (3x^2 - 5x + 21x - 35)$$

$$D = -6x^2 + 10x + 3x^2 - 5x + 21x - 35$$

$$D = -3x^2 + 26x - 35$$

$$2) D = (3x - 5)[-2x + (x + 7)]$$

$$D = (3x - 5)[-2x + x + 7] = (3x - 5)(-x + 7)$$

### Exercice 4 : Brevet des Collèges - Nantes - 1995

On donne l'expression :  $E = (3x - 2)^2 - 6(3x - 2)$

- Développer et réduire E.
- Factoriser E.

Correction :

$$1^o) E = (3x - 2)^2 - 6(3x - 2)$$

$$E = (9x^2 - 12x + 4) - (18x - 12) \text{ ou } E = (9x^2 - 12x + 4) - 18x + 12$$

$$E = 9x^2 - 12x + 4 - 18x + 12 = 9x^2 - 30x + 16$$

$$2^o) E = (3x - 2)(3x - 2) - 6(3x - 2)$$

$$E = (3x - 2)[(3x - 2) - 6] = (3x - 2)[3x - 2 - 6] = (3x - 2)(3x - 8)$$

Correction :

Ecrire A sous la forme d'un produit de facteurs signifie « factoriser A »

$$1) A = (2x - 3)(x + 7) - (2x - 3)^2$$

$$A = (2x - 3)(x + 7) - (2x - 3)(2x - 3)$$

$$A = (2x - 3)[(x + 7) - (2x - 3)] = (2x - 3)(-x + 10)$$

$$2) \text{ On remplace } x \text{ par } 1,5 \text{ dans la forme factorisée :}$$

$$A = (2x - 3)(-x + 10) = (2 \times 1,5 - 3)(-1,5 + 10)$$

$$A = (3 - 3)(-1,5 + 10) = 0 \times 8,5 = 0$$

### Exercice 5 : Brevet des Collèges - Japon - 1996

Soit  $A = (2x - 3)(x + 7) - (2x - 3)^2$

- Ecrire A sous la forme d'un produit de deux facteurs.
- Calculer la valeur prise par A si  $x = 1,5$ .

### Exercice 6 : Brevet des Collèges - Caen - 1998

On considère l'expression :  $F = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x - 1)$ .

- Développer et réduire F.
- Factoriser F.

$$3. \text{ Calculer F pour } x = -\frac{2}{3}$$

Correction :

$$1) F = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(x - 1)$$

$$F = (4x^2 + 6x + 6x + 9) + (2x^2 - 2x + 3x - 3)$$

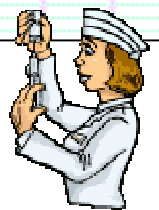
$$F = 4x^2 + 6x + 6x + 9 + 2x^2 - 2x + 3x - 3 = 6x^2 + 13x + 6$$

$$2) F = (2x + 3)(2x + 3) + (2x + 3)(x - 1)$$

$$F = (2x + 3)[(2x + 3) + (x - 1)] = (2x + 3)[2x + 3 + x - 1]$$

$$F = (2x + 3)(3x + 2)$$

$$3) \text{ Il suffit de remplacer dans la forme factorisée le } x \text{ par la valeur donnée.}$$



$$F = \left(2x \left(-\frac{2}{3}\right) + 3\right) \left(3x \left(-\frac{2}{3}\right) + 2\right) = \left(-\frac{4}{3} + 3\right) (-2 + 2) = 0$$

### Exercice 7 : Brevet des Collèges - Orléans - 1995

Factoriser l'expression  $F = (2x + 1)^2 - 16$ .

Correction :

Cette expression comporte deux termes  $(2x + 1)^2$  et 16.

Question 1 : Y a-t-il, dans ces deux termes, un facteur commun évident ? Réponse immédiate : NON

Question 2 : Cette expression est-elle une identité remarquable ? En écrivant 16 sous la forme  $4^2$ , nous constatons que cette expression est une différence de deux carrés (du type  $\square^2 - \Delta^2$ )  $F = (2x + 1)^2 - 4^2$

Or, nous savons que :  $\square^2 - \Delta^2 = (\square + \Delta)(\square - \Delta)$

Donc, en posant dans la formule  $\square = (2x + 1)$  et  $\Delta = 4$ ,

$$F = [(2x + 1) + 4][(2x + 1) - 4] = [2x + 1 + 4][2x + 1 - 4] = (2x + 5)(2x - 3)$$

### Exercice 8 : Brevet des Collèges - Créteil - 1996

Factoriser l'expression :  $D = (2x + 1)^2 - 64$ .

Correction :

$$F = (2x + 1)^2 - 8^2$$

C'est une différence de deux carrés

$$F = [(2x + 1) + 8][(2x + 1) - 8]$$

$$F = [2x + 1 + 8][2x + 1 - 8] = (2x + 9)(2x - 7)$$

### Exercice 9 : Brevet des Collèges - Dijon - Sept 1995

On considère l'expression :

$$E = 9x^2 - 16 - (2x - 3)(3x + 4)$$

1. Développer et réduire l'expression E.
2. Factoriser  $9x^2 - 16$  puis l'expression E.
3. Calculer la valeur numérique de E pour  $x = -1,5$ .



Correction :

$$1) E = (2x - 5)^2 - (3x + 1)^2$$

$$E = (4x^2 - 20x + 25) - (9x^2 + 6x + 1)$$

$$E = 4x^2 - 20x + 25 - 9x^2 - 6x - 1 = -5x^2 - 26x + 24$$

2) E est une différence de 2 carrés. On peut donc appliquer la formule :

$$\square^2 - \Delta^2 = (\square + \Delta)(\square - \Delta)$$

$$\text{avec } \square = (2x - 5) \text{ et } \Delta = (3x + 1)$$

$$E = (2x - 5)^2 - (3x + 1)^2$$

$$E = [(2x - 5) + (3x + 1)][(2x - 5) - (3x + 1)]$$

$$E = [2x - 5 + 3x + 1][2x - 5 - 3x - 1] = (5x - 4)(-x - 6)$$

Remarque : Si on développe la forme factorisée :

$$E = (5x - 4)(-x - 6) = -5x^2 - 30x + 4x + 24 = -5x^2 - 26x + 24$$

On retrouve bien le résultat de la question 1

Correction :

$$1) E = 9x^2 - 16 - (2x - 3)(3x + 4)$$

$$E = 9x^2 - 16 - (6x^2 + 8x - 9x - 12)$$

$$E = 9x^2 - 16 - 6x^2 - 8x + 9x + 12 = 3x^2 + x - 4$$

$$2a) 9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2$$

On reconnaît une différence de 2 carrés.

On utilise l'identité remarquable  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

avec  $a = (3x)$  et  $b = 4$ .

$$9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2 = (3x - 4)(3x + 4)$$

$$2b) E = 9x^2 - 16 - (2x - 3)(3x + 4)$$

En remplaçant  $9x^2 - 16$  par la valeur trouvée ci-dessus, nous obtenons :

$$E = (3x - 4)(3x + 4) - (2x - 3)(3x + 4)$$

$$E = (3x + 4)[(3x - 4) - (2x - 3)]$$

$$E = (3x + 4)[3x - 4 - 2x + 3] = (3x + 4)(x - 1)$$

3) On utilise la forme factorisée :

$$E = (3 \times (-1,5) + 4)(-1,5 - 1) = (-4,5 + 4) \times (-2,5)$$

$$E = (-0,5) \times (-2,5) = 1,25$$

### Exercice 10 : Brevet des Collèges - Afrique - 1995

$$E = (2x - 5)^2 - (3x + 1)^2$$

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Ecrire E sous la forme d'un produit de 2 facteurs.

## **EXERCICES SANS SOLUTION**

### Exercice 11 : Brevet des Collèges - Poitiers - 1996

On donne l'expression  $E = (x + 3)(2x - 3) - (2x - 3)^2$

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Factoriser E.

### Exercice 12 : Brevet des Collèges - Antilles - 1999

Soit l'expression :  $F = (5x - 1)^2 - 7x(5x - 1)$ .

1. Développer et réduire F.
2. Factoriser F.

### Exercice 13 : Brevet des Collèges - Lyon - 1996

Soit l'expression  $E = (x - 1)^2 - 4$ .

- 1) Calculer E pour  $x = 0$ .
- 2) Factoriser E.

### Exercice 14 : Brevet des Collèges

On considère l'expression suivante où x est un nombre quelconque :

$$F = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(2x - 6)$$

Développer puis réduire F.

Factoriser F.

### Exercice 15 : Brevet des Collèges - Rouen - 1996

On pose  $E = (5x - 2)(x + 7) + (5x - 2)^2$ .

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Factoriser E.
- 3) Calculer E pour  $x = \frac{2}{5}$ .



### Exercice 16 : Brevet des Collèges - Japon - 1996

Soit  $A = (2x - 3)(x + 7) - (2x - 3)^2$

- 1) Ecrire A sous la forme d'un produit de deux facteurs.
- 2) Calculer la valeur prise par A si  $x = \frac{3}{2}$ .

### Exercice 17 : Brevet des Collèges - Vanuatu - 1995

On considère l'expression :  $P = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(5x - 1)$ .

1. Développer et réduire l'écriture de P
2. Factoriser P
3. Calculer la valeur de P pour  $x = -10$ .

### Exercice 18 : Brevet des Collèges - Orléans - 1999

1. Développer et réduire l'expression :  $D = (2x - 1)^2 - 16$ .

2. Factoriser l'expression :  $E = (3x - 2)^2 - 4(3x - 2)$ .

### Exercice 19 : Brevet des Collèges - Asie - 1999

Soit  $F = (3x - 5)^2 - (3x - 5)(x + 4)$ .

1. Développer et réduire F.
2. Factoriser F.
3. Calculer F pour  $x = 1$  puis pour  $x = 4,5$ .

### Exercice 20 : Brevet des Collèges - Amiens - 1997

On considère l'expression  $C = (2x - 3)^2 - (1 - 4x)(2x - 3)$ .

- 1) Factoriser C.

### Exercice 21 : Brevet des Collèges - Caen - 1997

On donne l'expression suivante :

$$A = (3x + 1)(5x - 4) - (5x - 4)^2$$

Factoriser A.

### Exercice 22 : Brevet des Collèges - Amiens - 1995

Soit l'expression  $F = (2x - 5)^2 - x(2x - 5)$ .

- 1) Développer et réduire F.
- 2) Factoriser F.

### Exercice 23 : Brevet des Collèges - Afrique - 1995

On donne l'expression  $E = (2x + 7)^2 - (2x + 7)(x - 1)$ .

- 1) Développer et réduire E.
- 2) Factoriser E.

### Exercice 24 : Brevet des Collèges - Clermont - 1995

On donne l'expression suivante :  $E = (3x - 1)^2 - (3x - 1)(x + 4)$ .

- 1) Développer E.
- 2) Factoriser E.

### Exercice 25 : Brevet des Collèges - Rouen - 1995

On donne  $C = (5x - 3)^2 - (2x + 1)(5x - 3)$ .

- 1) Développer et réduire C.
- 2) Factoriser C (on réduira l'écriture de chaque facteur).



### Exercice 26 : Brevet des Collèges

Pour chacune des expressions suivantes, répondre aux questions suivantes :

a) Développer et réduire

b) Factoriser

(Clermont 97)  $E = (2x + 5)^2 - (2x + 5)(x - 3)$

(Lille 97)  $E = (4x - 1)(5x - 3) - (4x - 1)^2$ .

(Allemagne 96)  $A = (x + 5)^2 - (x + 5)(2x + 1)$ .

(Nancy septembre 95)  $E = 3(2x - 1) - (2x - 1)(2x + 1)$ .

(Grenoble 98)  $A = (2x + 3)^2 - (2x + 3)(x - 7)$ .

(Besançon 99)  $F = (5x - 3)(3x + 2) - (5x - 3)^2$

(Paris 97)  $F = (4x - 3)^2 - (x - 4)(4x - 3)$ .

(Créteil 98)  $D = (x - 5)(3x - 2) - (3x - 2)^2$ .

(Limoges 97)  $B = (2x - 5)^2 - 2(2x - 5)(2x - 3)$ .

(Polynésie 97)  $E = (2x + 3)^2 - (2x + 3)(5x - 4)$

(Aix 98)  $E = (2x - 1)^2 - (2x - 1)(x - 3)$ .

(Créteil 99)  $F = (5x - 3)^2 - (5x - 3)(8x - 1)$ .

### Exercice 27 : Brevet des Collèges - Dijon - 1996

On considère l'expression  $D = (2x - 7)^2 - 36$ .

1) Développer et réduire D.

2) Factoriser D.

### Exercice 28 : Brevet des Collèges - Clermont - 1998

On considère l'expression  $D = (2x + 3)^2 - (x - 4)^2$ .

1. Développer et réduire D.

2. Ecrire D sous la forme d'un produit de deux facteurs.

### Exercice 29 : Brevet des Collèges - Antilles - 1995

Soit l'expression  $F = 9x^2 - 16 + 4(3x - 4)^2$ .

1) Développer F.

2) Factoriser  $9x^2 - 16$ .

3) En déduire la factorisation de F.

### Exercice 30 : Brevet des Collèges - Etranger - 1997

On considère l'expression suivante :  $C = (x - 2)(3x - 5) + 9x^2 - 25$

1) Développer et réduire C.

2) Factoriser  $9x^2 - 25$ , en déduire une factorisation de C.

### Exercice 31 : Brevet des Collèges - Scandinavie - 1997

On donne l'expression  $F = (9x^2 - 4) + (3x - 2)(x - 5)$ .

1) Développer et réduire F.

2) Factoriser  $9x^2 - 4$ .

3) Factoriser F (on réduira l'écriture de chaque facteur).

### Exercice 32 : Brevet des Collèges - Bordeaux - 1995

Soit  $E = (4x + 5)^2 - (3x - 2)^2$ .

1) Développer E et réduire.

2) Factoriser E..

### Exercice 33 : Brevet des Collèges - Clermont - 1996

Soit  $E = (3x - 2)^2 - 81$ .

1) Développer, réduire et ordonner E.

2) Factoriser E.

### Exercice 34 : Brevet des Collèges - Lille - 1996

$E = 9x^2 - 25 + (3x + 5)(x - 2)$

1) Factoriser  $9x^2 - 25$ , puis factoriser E.

2) Résoudre l'équation  $(3x + 5)(4x - 7) = 0$ .

### Exercice 35 : Brevet des Collèges - Afrique 1 - 1995

1) Factoriser :  $E = (25 + 6x)^2 - 49$ .

2) Résoudre l'équation :  $12(3x + 16)(x + 3) = 0$ .

### Exercice 36 : Brevet des Collèges - Limoges - 1995

1) Factoriser  $E = x^2 - 9$ .



- 2) Soit  $D = (x + 3)(2x + 1) + 4(x^2 - 9)$  ; développer et réduire D.  
 3) En factorisant, montrer que D peut s'écrire sous la forme :  $(x + 3)(6x - 11)$ .

**Exercice 37 : Brevet des Collèges - Amiens - 1998**

On considère l'expression  $E = (3x - 2)^2 - 16$ .

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.

**Exercice 38 : Brevet des Collèges - Lille - 1998**

On considère l'expression :  $D = 4x^2 - 81 + (x - 3)(2x + 9)$

1. Développer et réduire D.
2. Factoriser :  $4x^2 - 81$ , puis factoriser D.

**Exercice 39 : Brevet des Collèges - Maroc - 1998**

On considère l'expression :  $E = (3x + 2)^2 - (x - 1)^2$ .

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.

**Exercice 40 : Brevet des Collèges - Rennes - 1999**

On pose :  $B = 4x^2 - 25 - (2x + 5)(3x - 7)$ .

1. Développer et réduire B.
2. a) Factoriser  $4x^2 - 25$ .  
 b) En déduire une factorisation de B.

**Exercice 41 : Brevet des Collèges - Poitiers - 1998**

1. Factoriser :
  - a)  $9 - 12x + 4x^2$
  - b)  $(3 - 2x)^2 - 4$
2. En déduire une factorisation de :  $E = (9 - 12x + 4x^2) - 4$ .
3. Montrer que pour  $x = \frac{3}{2}$ , E est un entier.

**Exercice 42 : Brevet des Collèges - Maroc - 1998**

On considère l'expression :  $E = (3x + 2)^2 - (x - 1)^2$ .

1. Développer et réduire E.
2. Factoriser E.

**Exercice 43 : Brevet des Collèges - Rennes - 1999**

On pose :  $B = 4x^2 - 25 - (2x + 5)(3x - 7)$ .

1. Développer et réduire B.
2. a) Factoriser  $4x^2 - 25$ .  
 b) En déduire une factorisation de B.

**Exercice 44 : Brevet des Collèges**

Factoriser les expressions suivantes :

- $A = (2x - 3)(x + 1) - 5(4x - 6)$  (Factoriser d'abord  $4x - 6$ )  
 $B = 16x^2 - 1 - (4x - 1)(x - 3)$  (Regroupez, entre parenthèses  $16x^2 - 1$ )  
 $C = 18x^2 - 50$  (Mettre 2 en facteur puis factoriser)       $D = (3x + 1)(6x - 9) - (2x - 3)^2$  (Factoriser  $6x - 9$ )

**Exercice 45 : Brevet des Collèges - Bordeaux - 1998**

1. a) Développer et réduire l'expression :  $D = (2x + 5)(3x - 1)$ .  
 b) Développer et réduire l'expression :  $E = (x - 1)^2 + x^2 + (x + 1)^2$ .
- Application :** Déterminer trois nombres entiers positifs consécutifs,  $(x - 1)$ ,  $x$  et  $(x + 1)$  dont la somme des carrés est 4802.
2. a) Factoriser l'expression :  $F = (x + 3)^2 - (2x + 1)(x + 3)$ .  
 b) Factoriser l'expression :  $G = 4x^2 - 100$ .
- Application :** Déterminer un nombre positif dont le carré du double est égal à 100.

