

THEME 8

MULTIPLICATION - LES METHODES

MULTIPLICATION MUSULMANE

Considérons l'opération suivante :

$$378 \times 24$$

Réalisons un tableau comme ci-dessous. Le premier facteur 378 est inscrit sur la première ligne et le deuxième facteur (décalé) est inscrit sur la dernière colonne (à droite).

3	7	8	
			2
			4

Les cases restantes sont séparées par des diagonales (attention au sens : du haut à droite vers le bas à gauche).

Effectuons dans chacune des cases les produits. Chaque résultat doit être considéré comme un nombre de deux chiffres. Par exemple, si le produit obtenu est 6, nous inscrirons 0 6. Il suffit de disposer le chiffre des dizaines

du résultat dans la partie supérieure gauche du carré et le chiffre des unités dans la partie inférieure droite du carré. Remarquons que les calculs peuvent se faire dans un ordre quelconque.

Le produit 3×2 est égal à 6. Nous écrirons 0 6 .

$$7 \times 2 = 14$$

$$8 \times 2 = 16$$

$$3 \times 4 = 12$$

$$7 \times 4 = 28$$

$$8 \times 4 = 32$$

3	7	8				
0	6	1	4	1	6	2
1	2	2	8	3	2	4

Il suffit maintenant d'additionner tous les nombres figurant dans chaque "zone oblique" en commençant par celle située à droite. (cf. dessin suivant)

Cette première bande oblique ne contient que le nombre 2. Inscrivons donc 2 en dessous.

La deuxième bande oblique contient les nombres 6, 3 et 8 . La somme donne 17. Inscrivons 7. Le chiffre des dizaines 1 sera considéré comme une retenue dans l'addition des nombres de la bande suivante.

Dans cette nouvelle bande oblique, nous devons additionner 1, 4, 2, 2 et 1 (retenue précédente). Nous obtenons 10. Inscrivons 0 et continuons (attention à la nouvelle retenue).

Enfin, nous avons :



0

9

	3	7	8	
	0 / 6	1 / 4	1 / 6	2
	1 / 2	2 / 8	3 / 2	4

0

7

2

Le résultat de la multiplication est alors **9 072**.

Remarque : Une autre disposition consiste à placer le second facteur à gauche du tableau et à l'envers.

MULTIPLICATION RUSSE (ou ETHIOPIENNE)

Considérons l'opération suivante :

$$37 \times 19$$

Premier facteur	Second facteur		
37	19	19 est impair, donc on garde 37	37
74	9	9 est impair, donc on garde 74	74
148	4	4 est pair, donc on ne garde pas 148	0
296	2	2 est pair, donc on ne garde pas 296	0
592	1	1 est impair, donc on garde 592	592

$$37 + 74 + 592 = 703$$

Dans le tableau, il suffit d'inscrire les deux facteurs 37 et 19. Puis nous divisons le second facteur par 2. Nous ne retiendrons que la partie entière du quotient (*Par exemple , 19 : 2 donne 9,5 . La partie entière de ce quotient est 9*) A chaque fois que nous divisons par 2 ce second facteur, nous multiplions par 2 le premier facteur. La recherche est terminée lorsque nous arrivons (dans la deuxième colonne) à 1. Pour déterminer le résultat de cette multiplication, il suffit d'inscrire dans une autre colonne (la troisième colonne n'existe que pour apporter une explication) le premier facteur si le résultat de la division par 2 du nombre de la deuxième colonne est impair.

Le produit est la **somme** de tous les nombres obtenus dans cette dernière colonne.

Remarque : Il est possible de diviser le premier facteur par 2 et de multiplier le second par 2.

La disposition pratique n'utilise pas un tableau comme précédemment. Il est plus simple d'écrire le calcul comme suit:

Pour effectuer le produit 29×157 , nous inscrivons dans la colonne de gauche 29 et dans la colonne de droite 157.

Nous divisons par 2 les nombres situés à gauche (jusqu'à obtenir 1) tandis que nous doublons les nombres situés à droite.

Il suffit de barrer, dans la colonne de droite les nombres qui se trouvent en face d'un nombre pair, puis d'additionner les nombres restants.



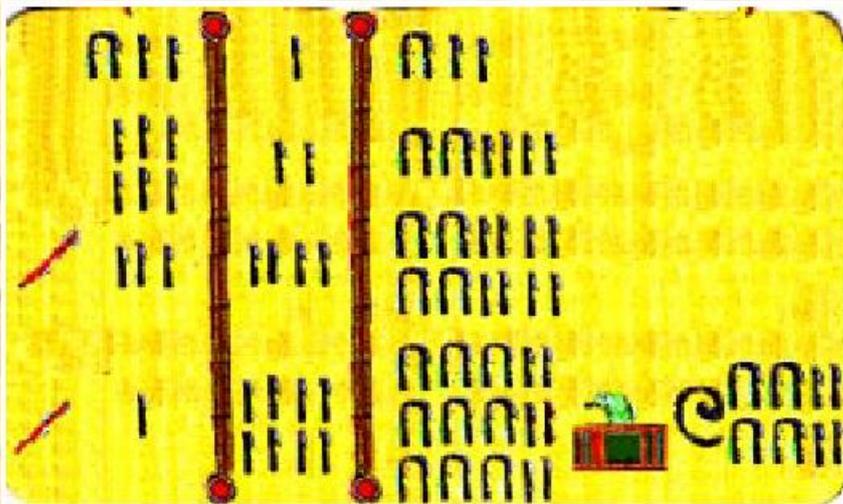
29	157
14	314
7	628
3	1256
1	2512
	<u>4553</u>

$$29 \times 157 = 4553$$

37	129
18	258
9	516
4	1032
2	2064
1	4128
	<u>4773</u>

$$37 \times 129 = 4773$$

MULTIPLICATION EGYPTIENNE



Les Egyptiens utilisaient, il y a plus de 4000 ans, une méthode de multiplication qui ne faisait appel qu'au calcul du double d'un nombre.

Soit à effectuer :

$$47 \times 39$$

Considérons la suite de nombres : 1 , 2 , 4 , 8 , 16 , 32 , 64 , 128 , 256 ...

Un nombre de cette suite est obtenu en multipliant le précédent par 2.

$$2 = 1 \times 2 \quad 4 = 2 \times 2 \quad 8 = 4 \times 2 \quad 16 = 8 \times 2 \quad \dots$$

La multiplication égyptienne consiste à prendre le premier facteur (dans notre exemple 47), puis à le multiplier successivement par chacun des nombres de cette suite 1 , 2 , 4 , 8 , 16 , 32 , 64 ...

Nous arrêterons les multiplications lorsque le deuxième facteur (dans notre exemple 39) devient inférieur au nombre par lequel on multiplie (dans notre exemple, on s'arrêtera à 32 car le nombre suivant 64 est supérieur à 39)

Nous obtenons donc le tableau suivant :

$47 \times 1 =$	47	
$47 \times 2 =$	94	
$47 \times 4 =$	$47 \times 2 \times 2 = 94 \times 2 =$	188
$47 \times 8 =$	$47 \times 4 \times 2 = 188 \times 2 =$	376
$47 \times 16 =$	$47 \times 8 \times 2 = 376 \times 2 =$	752
$47 \times 32 =$	$47 \times 16 \times 2 = 752 \times 2 =$	1 504
47×64		

Nous constatons que nous pouvons écrire 39 comme somme de certains nombres de la suite 1 , 2 , 4 , 8 , 16 , 32. Nous avons, en commençant par le plus grand :

$$39 = 32 + 7$$

Comme $7 = 4 + 3$, nous avons donc :

$$39 = 32 + 4 + 3$$

Comme $3 = 2 + 1$, nous avons donc :

$$39 = 32 + 4 + 2 + 1$$

Nous venons ainsi d'écrire 39 comme somme de nombres appartenant à la suite 1 , 2 , 4 , 8 , 16 , 32 , ...

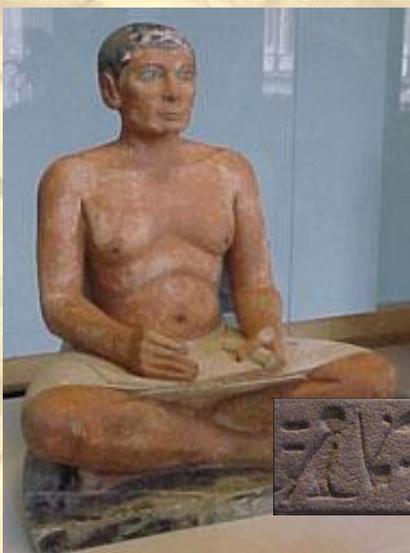
Enfin, pour obtenir le résultat de notre multiplication 47×39 , il suffit d'inscrire dans la seconde colonne les résultats qui correspondent aux multiplications par 32, 4, 2 et 1.

$47 \times 1 =$	47	47
$47 \times 2 =$	94	94
$47 \times 4 =$	$47 \times 2 \times 2 = 94 \times 2 =$	188
$47 \times 8 =$	$47 \times 4 \times 2 = 188 \times 2 =$	/
$47 \times 16 =$	$47 \times 8 \times 2 = 376 \times 2 =$	/
$47 \times 32 =$	$47 \times 16 \times 2 = 752 \times 2 =$	1 504

$$47 + 94 + 188 + 1\,504$$

soit **1 833**

Une démonstration de cette méthode sera présentée à partir de la classe de Quatrième.



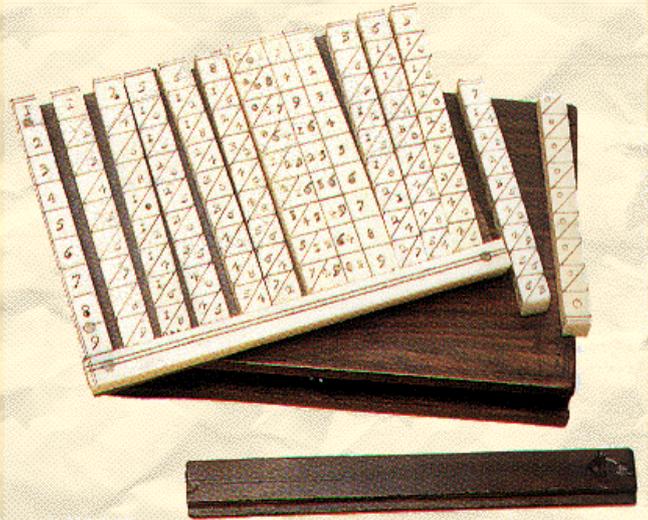
LES BATONS DE NEPER



Au début du XVII^{ème} siècle, le baron de Merchiston, également appelé Napier ou Neper, publiait un ouvrage dans lequel il montrait comment on pouvait effectuer des multiplications d'un nombre de dix chiffres par un nombre d'un chiffre, en s'aidant de petits bâtons.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
I	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
II	0	2	4	6	8	1	2	4	6	8
III	0	3	6	9	1	2	5	8	1	4
IV	0	4	8	1	2	5	8	1	2	4
V	0	5	1	2	5	8	1	2	4	5
VI	0	6	2	4	6	8	1	2	4	5
VII	0	7	4	1	2	5	8	1	2	4
VIII	0	8	6	4	2	4	8	1	2	4
IX	0	9	1	8	7	3	6	4	2	4



	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0 / 1	0 / 2	0 / 3	0 / 4	0 / 5	0 / 6	0 / 7	0 / 8	0 / 9
2	0 / 2	0 / 4	0 / 6	0 / 8	1 / 0	1 / 2	1 / 4	1 / 6	1 / 8
3	0 / 3	0 / 6	0 / 9	1 / 2	1 / 5	1 / 8	2 / 1	2 / 4	2 / 7
4	0 / 4	0 / 8	1 / 2	1 / 6	2 / 0	2 / 4	2 / 8	3 / 2	3 / 6
5	0 / 5	1 / 0	1 / 5	2 / 0	2 / 5	3 / 0	3 / 5	4 / 0	4 / 5
6	0 / 6	1 / 2	1 / 8	2 / 4	3 / 0	3 / 6	4 / 2	4 / 8	5 / 4
7	0 / 7	1 / 4	2 / 1	2 / 8	3 / 5	4 / 2	4 / 9	5 / 6	6 / 3
8	0 / 8	1 / 6	2 / 4	3 / 2	4 / 0	4 / 8	5 / 6	6 / 4	7 / 2
9	0 / 9	1 / 8	2 / 7	3 / 6	4 / 5	5 / 4	6 / 3	7 / 2	8 / 1

Et voici comment multiplier 342 par 4 :

	3	4	2	
1	0 3	0 4	0 2	
2	0 6	0 8	0 4	
3	0 9	1 2	0 6	
4	1 2	1 6	0 8	
5	1 5	2 0	1 0	
6	1 8	2 4	1 2	
7	2 1	2 8	1 4	
8	2 4	3 2	1 6	
9	2 7	3 6	1 8	

1368

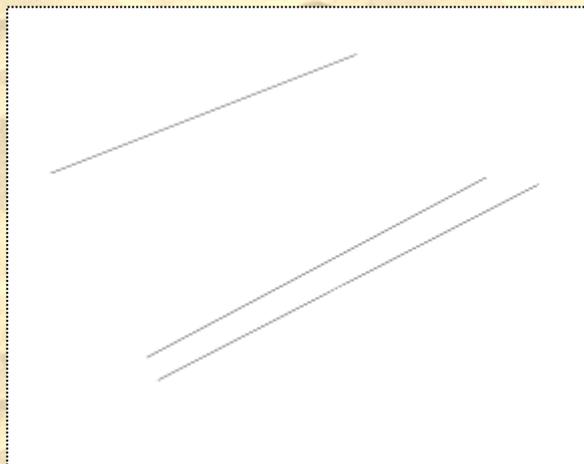
UNE AUTRE METHODE

Un petit film à l'adresse :

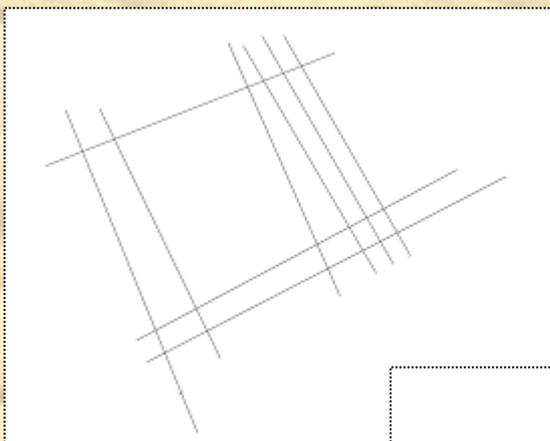
<http://www.youtube.com/watch?v=rXaJGEttjw>

Soit à multiplier 12×24

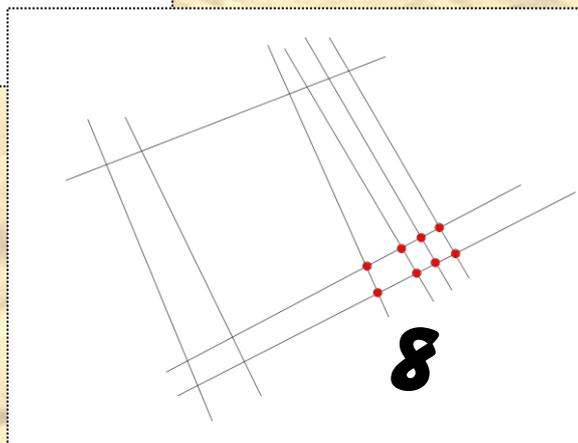
Traçons, de haut en bas, 1 droite, puis (parallèlement) un groupe de 2 droites. (le nombre 12 est formé d'un « 1 » et d'un « 2 » .)



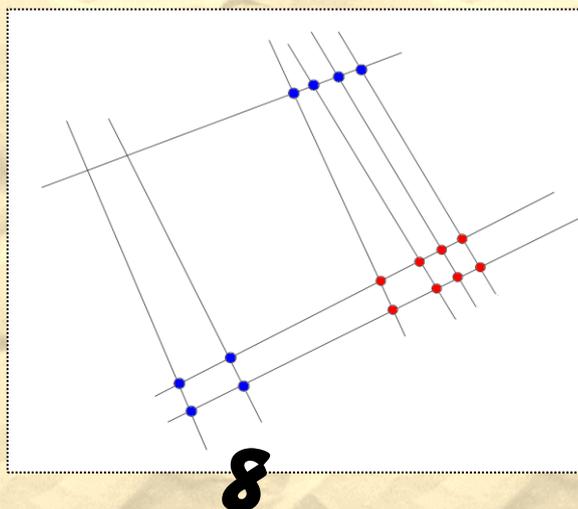
Traçons (perpendiculairement ... ou à peu près) de gauche à droite un groupe de 2 droites, puis, un peu plus loin, un groupe de 4 droites. (le nombre 24 est formé d'un « 2 » et d'un « 4 ».)



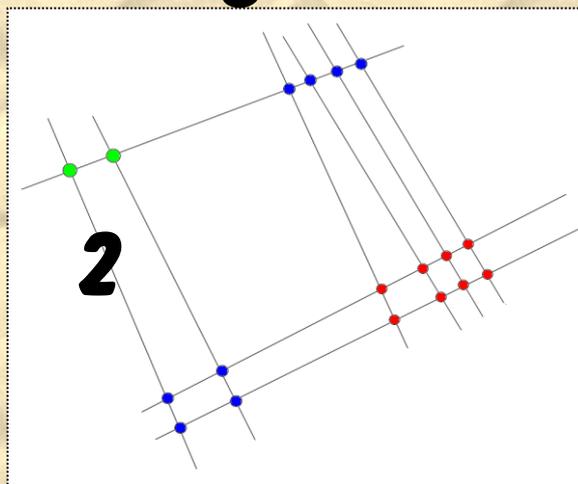
► Comptons, à droite les points d'intersection obtenus :



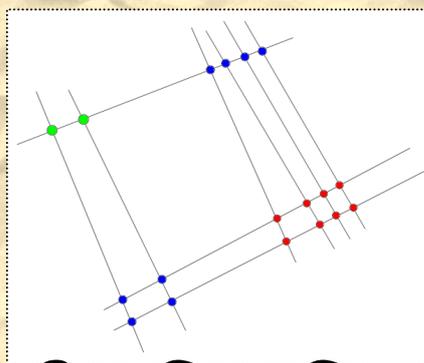
► Comptons les points d'intersection obtenus au « milieu » :



► Comptons maintenant, à gauche, les points d'intersection obtenus :



Le résultat est 288



2 8 8

D'après Rallye Mathématique de Champagne-Ardenne - 1993

Classe d'âge

Dans une classe de collège, tous les élèves ont le même âge sauf sept qui ont un an de plus et deux qui ont deux ans de plus.

Si on ajoute les âges de tous les élèves, on trouve 330.

Quel est le nombre d'élèves de la classe ?

D'après Tournoi de l'APMEP de Rennes - 1993

Le club des cinq est formé de trois filles âgées respectivement de 11 ans, 12 ans et 13 ans et de deux garçons de 11 ans et 13 ans.

Dominique et Claude sont du même sexe, Oanelle et Camille du même âge. Patt est plus jeune que Claude et du même sexe que Camille.

Quels sont l'âge et le sexe de chacun des membres du club ?

D'après Rallye Mathématique de Maine-et-Loire - 1993

Dans une réunion internationale, il y a seulement des européens, des africains et un américain.

Il y en a 5 qui ne sont pas français, 6 qui ne sont pas anglais, 6 qui ne sont pas africains et 3 qui ne sont pas européens.

Combien y a-t-il de français ?

