THEME 8 :

NOTION DE FONCTION

CORRECTION – BALLE DE TENNIS

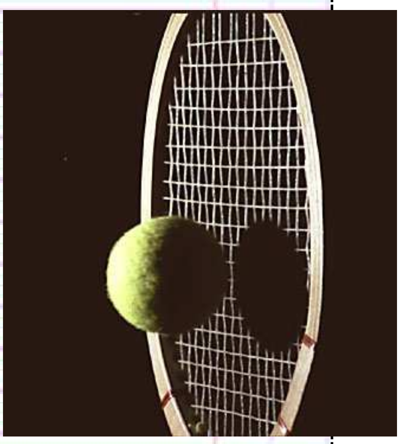
On lance verticalement (vers le haut) une balle de tennis, à la vitesse de 72 km/h ($km.h^{-1}$) soit 20 m/s ($m.s^{-1}$).
La hauteur h (en mètres) atteinte par la balle en fonction du temps t (en secondes) est donnée par la fonction :

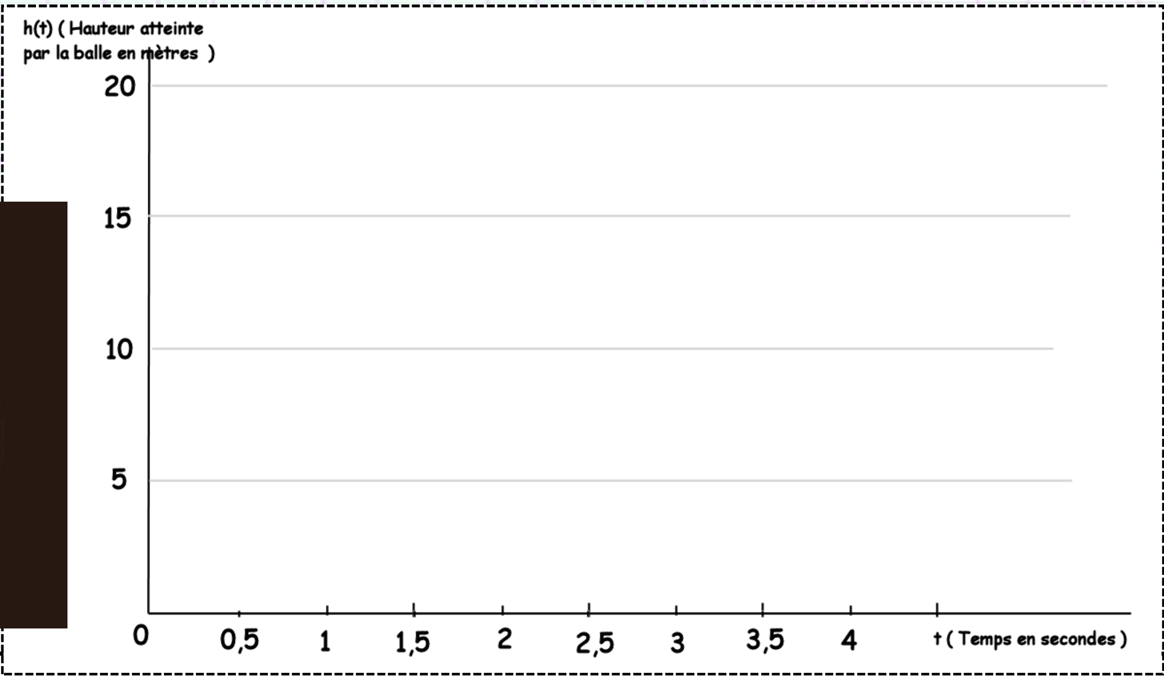
$$h : t \mapsto -5t^2 + 20t$$

a) Calculer h(0), c'est-à-dire l'image de 0 par cette fonction h.
b) Calculer h(2).
c)Quels sont les antécédents de 0 ?
Au bout de combien de temps (en secondes) la balle retombera-t-elle sur le sol ?
d) Compléter le tableau suivant:

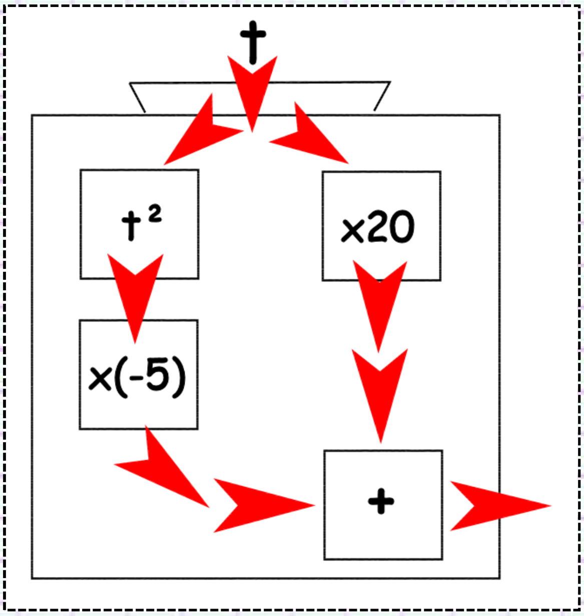
t (en secondes)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
h(t) (hauteur atteinte par la balle , en mètres)									

e)Sans démonstration, et à partir du tableau, déterminer l'intervalle de temps pendant lequel la balle dépasse la hauteur de 15 mètres.
f) Sans démonstration, et à partir du tableau, déterminer la hauteur maximale atteinte par la balle et préciser à quel instant cette hauteur est atteinte.
g) Placer les points de la courbe représentative de cette fonction obtenus à partir du tableau des valeurs. Essayer d'imaginer la courbe représentative de cette fonction. Retrouver les résultats de questions précédentes.





$$h : t \mapsto -5t^2 + 20t$$



▶ a) Calcul de h(0) :

La fonction utilisée est définie par: $h(t) = -5t^2 + 20t$

Pour calculer l'image de 0 par la fonction h, c'est à dire h(0), il suffit de calculer :

$$h(0) = -5 \times 0^2 + 20 \times 0$$

(le symbole × est ici le symbole de multiplication)

$$h(0) = -5 \times 0 + 20 \times 0$$

$$h(0) = 0 + 0 = 0$$

$$h(0) = 0$$

▶ b) Calcul de h(2) :

De la meme façon , nous avons :

$$h(2) = -5 \times 2^2 + 20 \times 2$$

$$h(2) = -5 \times 4 + 20 \times 2$$

$$h(2) = -20 + 40 = 20$$

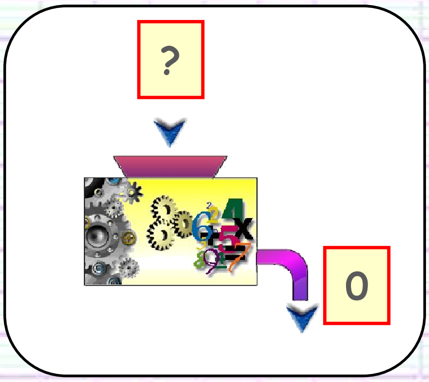
$$h(2) = 20$$

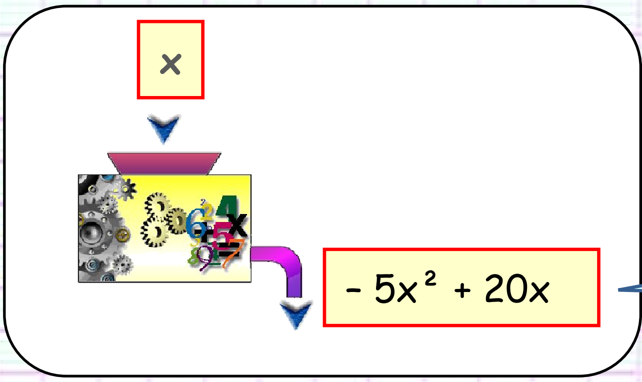
(Signification de ce résultat : Au bout de 2 secondes, la balle de tennis se trouve à une hauteur de 20 mètres.)

▶ c) Antécédents de 0 :

On recherche les nombres qui ont pour image 0.

Ignorant le (ou les) nombre (s) que nous devons "rentrer" dans cette machine, appelons x le (ou les) nombre (s) cherché (s) .





Mais le nombre qui sort doit être 0 !

En "rentrant" ce nombre dans la machine, il subit plusieurs calculs et "ressort" sous la forme $-5x^2 + 20x$.

Mais cette valeur qui sort de la machine doit être égale à 0 !

Donc, nous cherchons x afin que :

$$-5x^2 + 20x = 0$$

La résolution de cette équation est la suivante:

$5x(-x+4) = 0$ (factorisation par 5x - Attention le signe x est ici la lettre x)

Si un produit de facteurs est nul, alors un des facteurs est nul

Donc $5x = 0$ ou $-x + 4 = 0$

Donc $x = \frac{0}{5} = 0$ ou $4 = x$ (Il aurait été préferable de considérer ce produit comme un produit de 3 facteurs, 5 , puis x puis $-x+4$)

Donc les antécédents de O sont pour la fonction h, les nombres 0 et 4

Antécédents de 0 : 0 et 4

Nous pouvons vérifier que h(0) = 0 (question a) et

$h(4) = -5\times4^2+20\times4 = -5\times16+20\times4 = -80+80 = 0$

<u>Au bout de combien de temps (en secondes) la balle retombera-t-elle sur le sol ?</u>

Nous savons que h(4) = 0.
Cette écriture (l'image de 4 est 0) se traduit par : si t = 4 secondes , alors la hauteur atteinte par la balle est de 0 mètre. La balle est donc, au bout de 4 secondes, sur le sol !

<u>La balle retombera-t-elle sur le sol au bout de 4 secondes</u>

▶ <u>d) Tableau :</u>

t (en secondes)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
h(t) (hauteur atteinte par la balle , en mètres)	0	8,75	15	18,75	20	18,75	15	8,75	0

- $h(0) = -5\times0^2+20\times0 = 0$
- $h(0,5) = -5\times0,5^2+20\times0,5 = 8,75$
- $h(1) = -5\times1^2+20\times1 = 15$
- $(1,5) = -5\times1,5^2+20\times1,5 = 18,75$
- $h(2) = -5\times2^2+20\times2 = 20$
- $h(2,5) = -5\times2,5^2+20\times2,5 = 18,75$
- $h(3) = -5\times3^2+20\times3 = 15$
- $h(3,5) = -5\times3,5^2+20\times3,5 = 8,75$
- $h(4) = -5\times4^2+20\times4 = 0$

▶ <u>e) Intervalle de temps pendant lequel la balle dépasse la hauteur de 15 mètres :</u>

0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
0	8,75	15	18,75	20	18,75	15	8,75	0

h(1) = 15 et h(3) = 15. De plus il semble qu'entre 1 seconde et 3 secondes, la hauteur h(t) de la balle est supérieure à 15 m.

3 - 1 = 2

<u>La balle dépasse la hauteur de 15 mètres pendant 2 secondes</u>

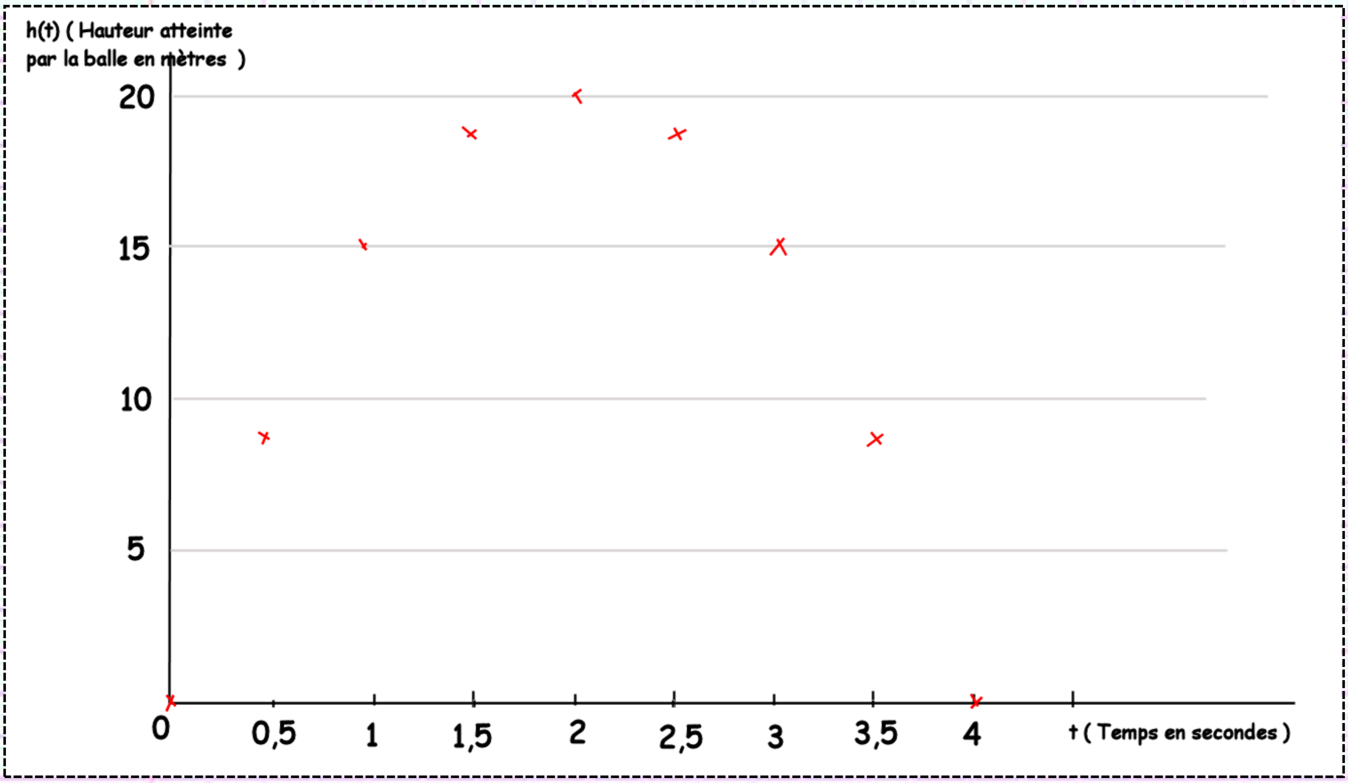
▶ <u>f) Hauteur maximale atteinte par la balle :</u>

D'après la tableau, il semblerait que la hauteur maximale atteinte par la balle est 20 mètres.

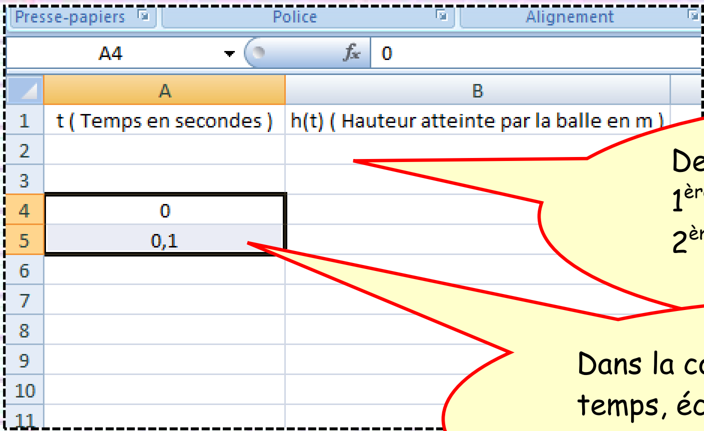
0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
0	8,75	15	18,75	20	18,75	15	8,75	0

<u>Au bout de 2 secondes, la balle semble atteindre une hauteur maximale de 20 m.</u>

▶ <u>g) Courbe représentative de cette fonction obtenue à partir du tableau des valeurs :</u>

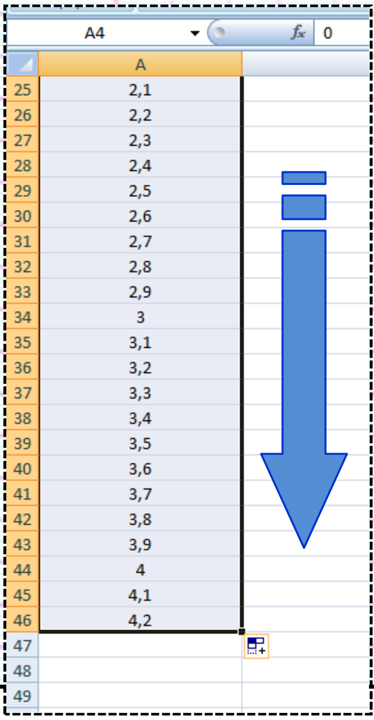


UN PEU PLUS LOIN AVEC UN TABLEUR :



Deux colonnes :
1ère : t pour le temps
2ème : h(t) pour la hauteur de la balle

Dans la colonne correspondant au temps, écrivons 0 et 0,1. Nous allons rechercher la hauteur de la balle toutes les 0.1 seconde.



En cliquant sur le coin inférieur droit de la zone formée par les deux cellules A4 et A5 et en descendant le nouveau curseur, nous allons créer une liste de nombres augmentant à chaque nouvelle position de 0,1.
Allons jusqu'à 4,1 ou 4,2 par exemple.

Presse-papiers | Police | Alignement

PUISSANCE | = - 5 * A4^2+20*A4

	A	B
1	t (Temps en secondes)	h(t) (Hauteur atteinte par la balle en
2		
3		
4	0	= - 5 * A4^2+20*A4
5	0,1	
6	0,2	
7	0,3	
8	0,4	

= - 5 * A4^2+20*A4

Ecriture de la formule permettant de calculer la hauteur en fonction du temps t , puis Entrée

	A	B
1	t (Temps en secondes)	h(t) (Hauteur atteinte par la balle en m)
2		
3		
4	0	0
5	0,1	
6	0,2	

On copie la cellule B4, puis on la colle dans les cellules suivantes.

	A	B
23	1,9	
24	2	
25	2,1	
26	2,2	
27	2,3	
28	2,4	
29	2,5	
30	2,6	
31	2,7	
32	2,8	
33	2,9	
34	3	
35	3,1	
36	3,2	
37	3,3	
38	3,4	
39	3,5	
40	3,6	
41	3,7	
42	3,8	
43	3,9	
44	4	
45	4,1	
46	4,2	

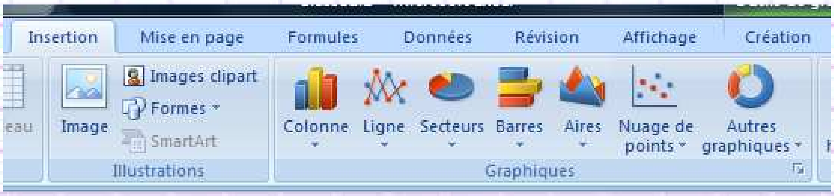
On clique sur la case B5 et sans relâcher la souris, on sélectionne la zone composée des cellules B5 à B46 (dans notre exemple)

Et nous obtenons :

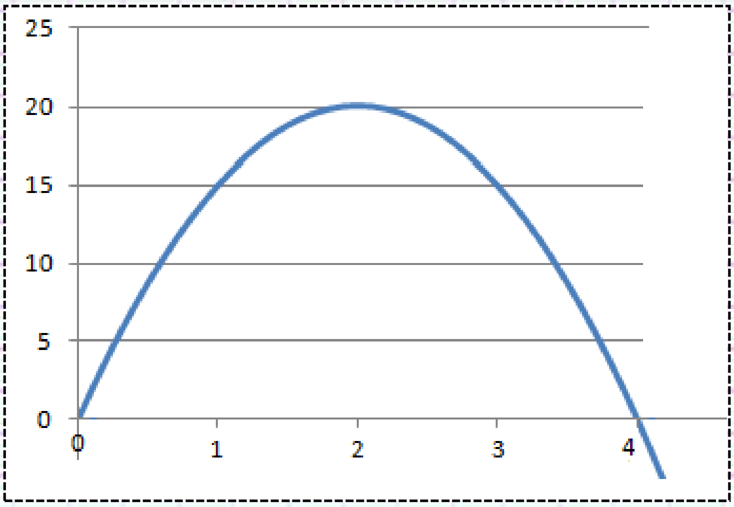
	A	B
1	t (Temps en secondes)	h(t) (Hauteur atteinte par la balle en m)
2		
3		
4	0	0
5	0,1	1,95
6	0,2	3,8
7	0,3	5,55
8	0,4	7,2
9	0,5	8,75
10	0,6	10,2
11	0,7	11,55
12	0,8	12,8
13	0,9	13,95
14	1	15
15	1,1	15,95
16	1,2	16,8
17	1,3	17,55
18	1,4	18,2
19	1,5	18,75
20	1,6	19,2
21	1,7	19,55
22	1,8	19,8
23	1,9	19,95
24	2	20

24	2	20
25	2,1	19,95
26	2,2	19,8
27	2,3	19,55
28	2,4	19,2
29	2,5	18,75
30	2,6	18,2
31	2,7	17,55
32	2,8	16,8
33	2,9	15,95
34	3	15
35	3,1	13,95
36	3,2	12,8
37	3,3	11,55
38	3,4	10,2
39	3,5	8,75
40	3,6	7,2
41	3,7	5,55
42	3,8	3,8
43	3,9	1,95
44	4	0
45	4,1	-2,05
46	4,2	-4,2

Le tableur peut même nous fournir la courbe représentative de cette fonction.



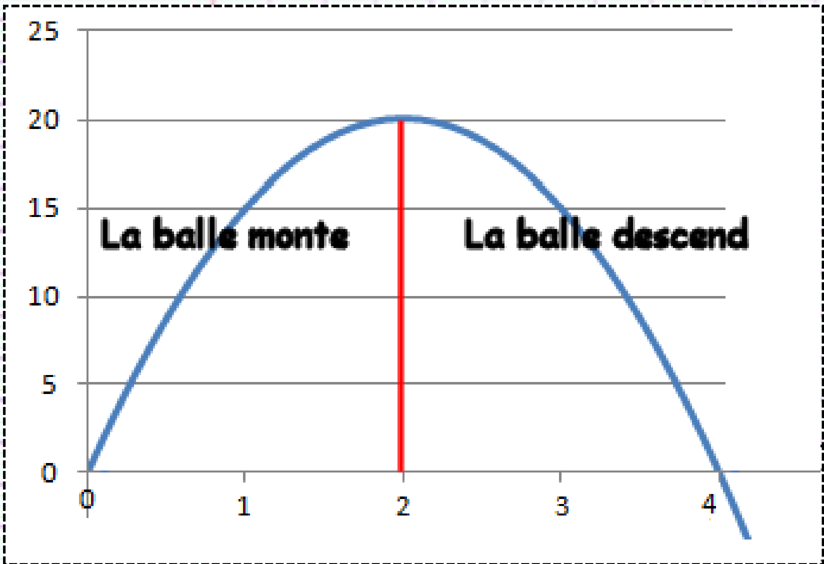
Nous obtenons alors la courbe représentative suivante :



Nous pouvons alors constater que la balle

▷ pendant les 2 premières secondes monte jusqu'à un maximum de 20 mètres,

▷ puis pendant les deux secondes suivantes (de 2 s à 4 s) , descend (la hauteur diminue) jusqu'à toucher le sol au bout de 4 secondes (les valeurs négatives situées après 4 s n'ont plus de sens.)



Nous pouvons également constater que la balle a une hauteur supérieure à 15 m entre 1 s et 3 s ; c'est-à-dire pendant 2 secondes.