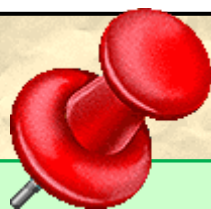


THEME 8

PRIORITES DES CALCULS

Deux règles essentielles sont à retenir :



RÈGLE 1

Les calculs situés entre parenthèses sont prioritaires.

RÈGLE 2

En l'absence de parenthèses, la multiplication et la division sont prioritaires sur l'addition et la soustraction.

Ajoutons, en complément de ces deux règles, la remarque suivante:

Si, en l'absence de parenthèses, une suite de calculs contient uniquement des additions et/ou des soustractions (ou bien uniquement des multiplications et/ou des divisions) , alors nous devons effectuer ces calculs de la gauche vers la droite tels qu'ils se présentent.

Cette règle, à l'exception des deux autres, est provisoire. Une connaissance plus étendue des nombres nous permettra de procéder autrement.



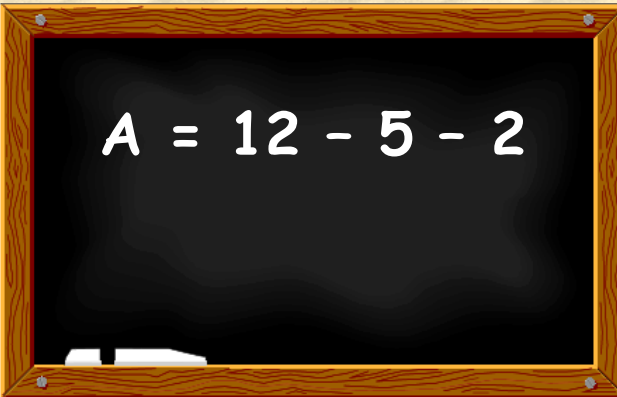
Priorité (n.f.)
(du latin prior, premier)



1. Fait de venir le premier, de passer avant les autres.
2. Droit, établi par des règlements, de passer avant les autres.
"Laisser la priorité aux véhicules venant de droite".

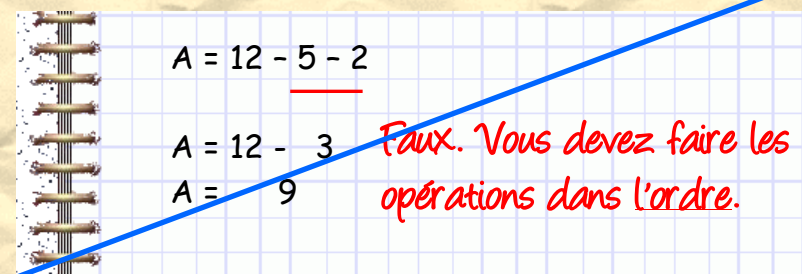
Exemple 1 :

Soit à calculer :


$$A = 12 - 5 - 2$$

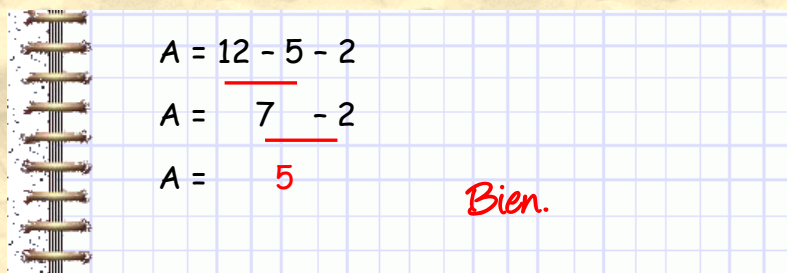
Dans cette écriture, il n'y a que des additions ou des soustractions (en vérité , il n'y a que des soustractions).

L'erreur à ne pas faire est de commencer le calcul par la fin. N'écrivez surtout pas :


$$A = 12 - 5 - 2$$
$$A = 12 - 5 = 7$$
$$A = 7 - 2 = 5$$

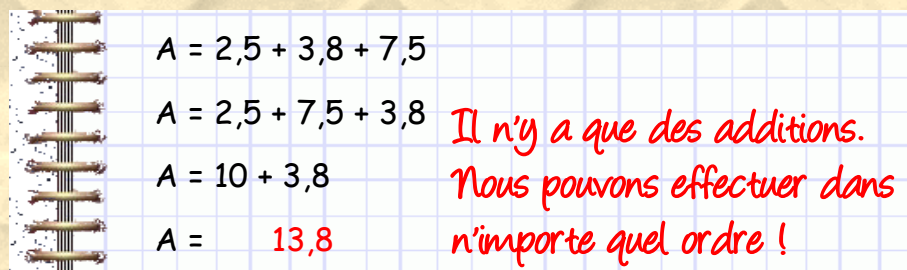
Faux. Vous devez faire les opérations dans l'ordre.

Le calcul convenable est le suivant :

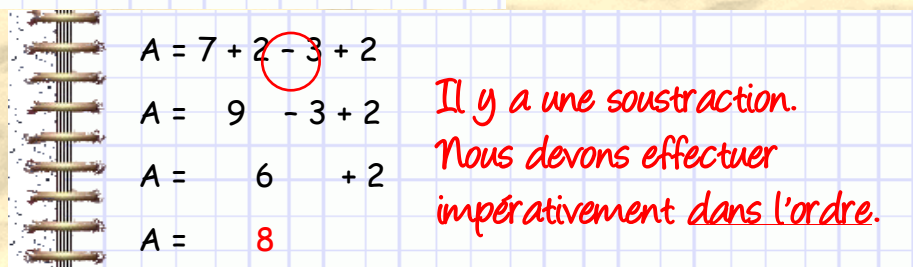

$$A = 12 - 5 - 2$$
$$A = 12 - 5 = 7$$
$$A = 7 - 2 = 5$$

Bien.

Remarque : S'il n'y avait que des additions, nous pourrions effectuer les calculs dans n'importe quel ordre, mais la présence d'une soustraction nous oblige, pour l'instant, à suivre l'ordre d'écriture, c'est-à-dire de gauche à droite.


$$A = 2,5 + 3,8 + 7,5$$
$$A = 2,5 + 3,8 = 6,3$$
$$A = 6,3 + 7,5 = 13,8$$

Il n'y a que des additions. Nous pouvons effectuer dans n'importe quel ordre !


$$A = 7 + 2 - 3 + 2$$
$$A = 7 + 2 = 9$$
$$A = 9 - 3 = 6$$
$$A = 6 + 2 = 8$$

Il y a une soustraction. Nous devons effectuer impérativement dans l'ordre.

Exemple 2 :

Soit à calculer :

$$B = 2 \times 3,18 \times 4 \times 5 \times 25$$

Nous savons que si une expression ne comporte que des additions ou des soustractions, nous devons effectuer les différents calculs dans l'ordre.

De même, si une expression ne comporte que des multiplications ou des divisions, le calcul doit se faire dans l'ordre d'écriture (de gauche à droite).

Mais si l'expression ne comporte que des additions (voir remarque précédente), ou si l'expression ne comporte que des multiplications, nous pouvons faire des regroupements et effectuer dans n'importe quel ordre.

L'expression B ne comporte que des multiplications. Il est donc possible de ne pas suivre l'ordre et de regrouper certains facteurs.

Lorsque nous effectuons une multiplication, le résultat s'appelle le produit et les "nombres" sont appelés des facteurs.

Dans le produit 2×3 , les nombres 2 et 3 sont des facteurs

Attention, dans une somme, résultat d'une addition, les différents "nombres" s'appellent des termes.

$$B = 2 \times 3,18 \times 4 \times 5 \times 25$$

$$B = 3,18 \times 2 \times 5 \times 4 \times 25$$

$$B = 3,18 \times 10 \times 100$$

$$B = 3,18 \times 1000 = 3180$$

Exemple 3 :

Soit à calculer :

Cette expression comporte une suite de multiplications et de divisions.

Il faut donc effectuer dans l'ordre d'écriture.

$$C = 60 : 3 \times 2$$

$$\text{ou } C = 60 \div 3 \times 2$$

$$C = 60 : 3 \times 2$$

$$C = 60 : 6$$

$$C = 10$$

Faux. Il ne faut pas effectuer 3×2 dans un premier temps

$$C = 60 : 3 \times 2$$

$$C = 20 \times 2$$

$$C = 40$$

Bien.

Vous avez effectué dans l'ordre

Remarque :

Somme



Termes

Produit

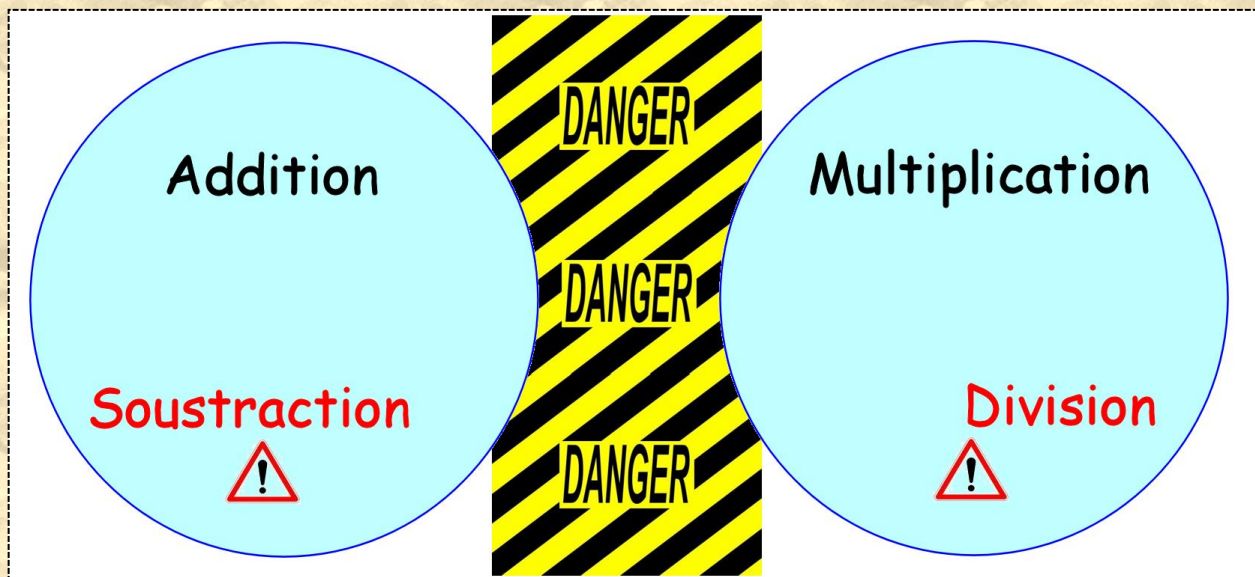


Facteurs

Remarque :

Il y a, pour l'instant, en Mathématiques, deux opérations (ou deux familles d'opérations)

- L'addition
- La multiplication



Dans la famille addition, il existe une autre opération (qui n'est qu'une addition déguisée - voir cours sur les relatifs) qui s'appelle la soustraction. Alors que l'addition est l'opération "gentille", la soustraction est l'opération "embêtante" de la famille.

Dans une expression ne comportant que des additions, il n'y a aucun problème. Nous effectuons les opérations dans n'importe quel ordre en réalisant éventuellement des regroupements.

Mais, tout en restant dans la "famille" (calcul ne comportant que des additions ou des soustractions), si une expression possède au moins une soustraction, les calculs doivent d'effectuer dans l'ordre.

Dans la famille multiplication, il existe une autre opération (qui n'est qu'une multiplication déguisée - voir cours sur les fractions) qui s'appelle la division. Alors que la multiplication est l'opération "gentille", la division est l'opération "embêtante" de la famille.

Dans une expression ne comportant que des multiplications, il n'y a aucun problème. Nous effectuons les opérations dans n'importe quel ordre en réalisant éventuellement des regroupements.

Mais, tout en restant dans la "famille" (calcul ne comportant que des multiplications ou des divisions), si une expression possède au moins une division, les calculs doivent d'effectuer dans l'ordre.



Mais attention. Si un calcul comporte des opérations venant des deux "familles", il faudra suivre certaines priorités rappelées en début de cours.

Exemple 4 :

Soit à calculer :

$$D = 3,07 \times 4,287 \times 0 \times 85,2$$

Avant d'effectuer un calcul, il convient de regarder l'expression.
Pour la multiplication, le nombre 0 a une propriété intéressante.
Lorsque nous multiplions un nombre par 0, le résultat est 0.
Nous dirons que **0 est absorbant**, c'est-à-dire que 0 "engloutit" comme une éponge, tous les autres nombres.

$$\square \times 0 = 0 \times \square = 0$$

0 est absorbant pour la multiplication.

Attention, cette propriété de 0 n'est vérifiée que pour la multiplication. Pour l'addition, le nombre 0 n'est pas un "élément absorbant" :

$$3 + 0 = 3 \text{ (et pas à 0)}$$

Pour l'addition, 0 est un "élément neutre", c'est-à-dire qu'il ne change pas le résultat.



0 est absorbant

$$D = 3,07 \times 4,287 \times \underline{0} \times 85,2$$

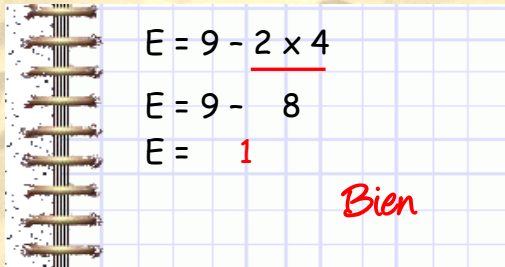
$$D = 0$$

Exemple 5 :

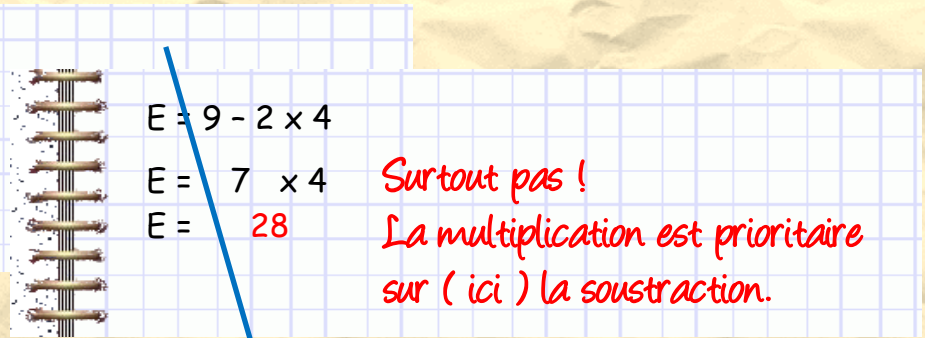
Soit à calculer :

$$E = 9 - 2 \times 4$$

Dans cet exemple, les opérations présentes sont une soustraction et une multiplication.
La multiplication étant prioritaire sur la soustraction (Règle 2), nous devons donc effectuer, en premier (en priorité), le produit 2×4 .



Bien



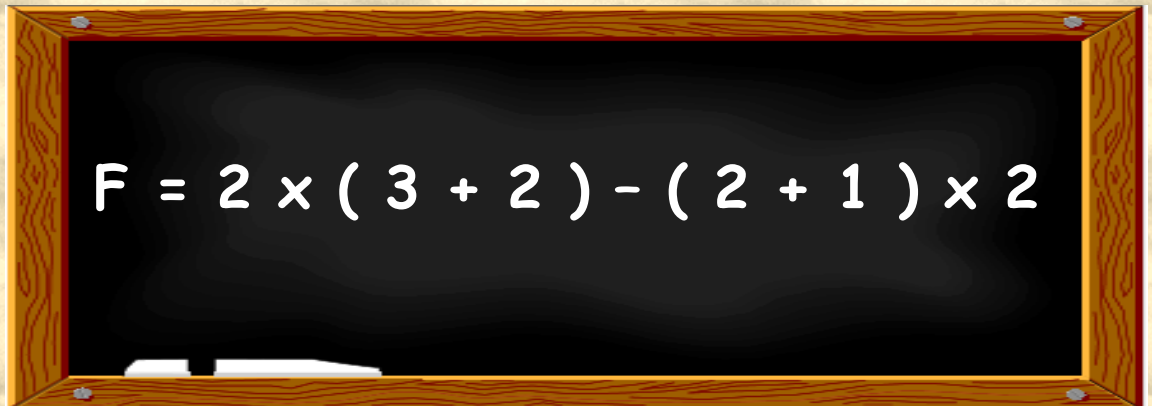
*Surtout pas !
La multiplication est prioritaire sur (ici) la soustraction.*

Remarque :

Dans cet exemple, nous constatons que l'expression comporte une opération de la "première famille" (famille addition) et une opération de la deuxième famille (famille multiplication). La présence d'opérations n'appartenant pas à la même famille pose des problèmes. Le calcul ne s'effectuera pas dans l'ordre d'écriture, il faudra suivre certaines priorités.

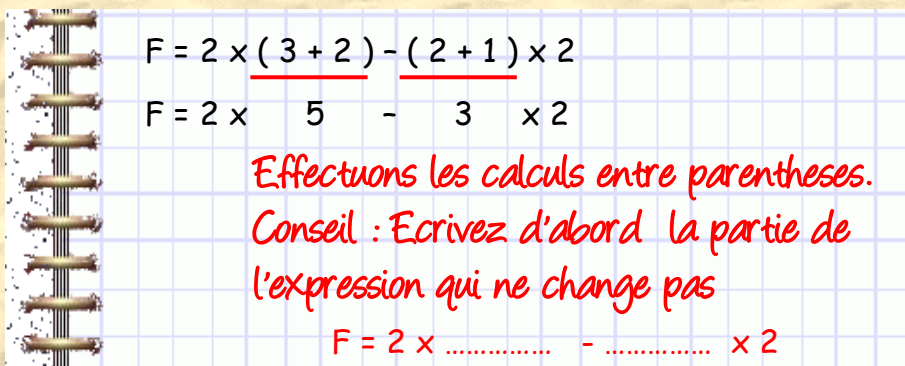
Exemple 6 :

Soit à calculer :

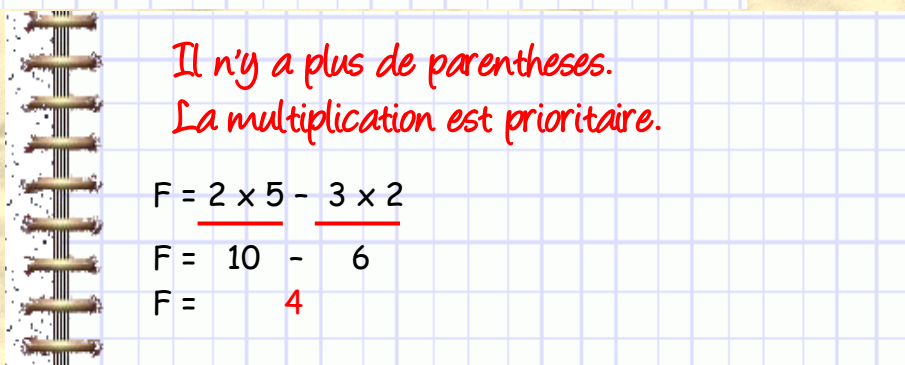


$$F = 2 \times (3 + 2) - (2 + 1) \times 2$$

Nouvelle difficulté. Cette expression comporte des parenthèses.
D'après la règle 1, les calculs situés entre parenthèses sont prioritaires.



*Effectuons les calculs entre parenthèses.
Conseil : Ecrivez d'abord la partie de l'expression qui ne change pas*

$$F = 2 \times \dots - \dots \times 2$$


*Il n'y a plus de parenthèses.
La multiplication est prioritaire.*

$$F = 2 \times 5 - 3 \times 2$$

$$F = 10 - 6$$

$$F = 4$$

Exemple 7 :

Soit à calculer :

$$G = 10 - 2 \times (2 \times 3 - 2)$$

$$G = 10 - 2 \times (2 \times 3 - 2)$$

Le calcul entre parenthèses est prioritaire. Nous devons donc calculer l'expression $2 \times 3 - 2$. Nous pourrions calculer cette expression séparément (voir ci-contre), puis remplacer les parenthèses par le résultat. Il est préférable d'écrire :



$$2 \times 3 - 2$$

La multiplication est prioritaire, donc nous avons :

$$6 - 2 = 4$$

$$G = 10 - 2 \times (2 \times 3 - 2)$$

$$G = 10 - 2 \times (6 - 2)$$

Les parenthèses sont conservées tant que l'expression entre parenthèses n'est pas totalement calculée.

$$G = 10 - 2 \times 4$$

La multiplication est prioritaire sur la soustraction.

$$G = 10 - 8$$

$$G = 2$$



Exemple 8 : Et si nous allions plus loin ?

Soit à calculer :

$$H = 5 \times 3 - 3 \times (2 + 1) - 2 \times [4 - 2 \times (5 \times 2 - 3 \times 3)]$$




Cette expression comporte parenthèses et crochets.
Les crochets sont en fait des parenthèses et leur présence n'est justifiée que pour vous simplifier les calculs.
En vérité l'expression H devrait s'écrire

$$H = 5 \times 3 - 3 \times (2 + 1) - 2 \times (4 - 2 \times (5 \times 2 - 3 \times 3))$$

Il est plus facile de lire :

$$H = 5 \times 3 - 3 \times (2 + 1) - 2 \times [4 - 2 \times (5 \times 2 - 3 \times 3)]$$

Commençons le calcul.



$$H = 5 \times 3 - 3 \times (2 + 1) - 2 \times [4 - 2 \times (5 \times 2 - 3 \times 3)]$$

Le calcul entre parenthèses est prioritaire. Nous devons donc effectuer (rappelons que les crochets sont des parenthèses)

$$2 + 1 \quad \text{et} \quad 4 - 2 \times (5 \times 2 - 3 \times 3)$$

Si le premier groupe de parenthèses ne pose aucun problème (nous savons calculer $2 + 1$), il n'en est pas de même pour le deuxième groupe.

L'expression $4 - 2 \times (5 \times 2 - 3 \times 3)$ comporte des parenthèses. Donc pour calculer cette expression, nous devons effectuer les opérations situées entre parenthèses, c'est-à-dire $5 \times 2 - 3 \times 3$.

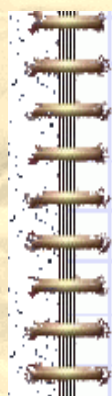
En conclusion, nous devons commencer le calcul de H par :

$$2 + 1 \quad \text{et} \quad 5 \times 2 - 3 \times 3$$

Nous retiendrons que :

Le calcul dans les parenthèses les plus intérieures est prioritaire.

L'expression $5 \times 2 - 3 \times 3$ comporte multiplications et soustraction. La multiplication étant prioritaire sur la soustraction, nous avons :



$$H = 5 \times 3 - 3 \times (2 + 1) - 2 \times [4 - 2 \times (5 \times 2 - 3 \times 3)]$$

$$H = 5 \times 3 - 3 \times 3 - 2 \times [4 - 2 \times (10 - 9)]$$

Cette expression a encore des parenthèses. Le calcul dans les parenthèses les plus intérieures étant prioritaire, nous devons effectuer $10 - 9$.



$$H = 5 \times 3 - 3 \times 3 - 2 \times [4 - 2 \times 1]$$

Notons que lorsque nous connaissons la valeur de l'expression située entre parenthèses, ces parenthèses deviennent inutiles puisqu'elles ne contiennent plus d'opérations.

La nouvelle expression possède encore des parenthèses (ici des crochets).

$$H = 5 \times 3 - 3 \times 3 - 2 \times [4 - 2 \times 1]$$

Calculons donc $4 - 2 \times 1$.

Priorité à la multiplication.

$$H = 5 \times 3 - 3 \times 3 - 2 \times [4 - 2]$$

$$H = 5 \times 3 - 3 \times 3 - 2 \times 2$$

Cette nouvelle expression ne possède plus de parenthèses.

La multiplication étant prioritaire sur l'addition et la soustraction, nous avons :

$$H = 5 \times 3 - 3 \times 3 - 2 \times 2$$

$$H = 15 - 9 - 4$$

Dans une suite d'additions et de soustractions, le calcul doit être effectué dans l'ordre. Par suite :

$$H = 6 - 4$$

$$H = 2$$

Ce qui donne, en enlevant les différentes explications :

$$H = 5 \times 3 - 3 \times (2 + 1) - 2 \times [4 - 2 \times (5 \times 2 - 3 \times 3)]$$

$$H = 5 \times 3 - 3 \times 3 - 2 \times [4 - 2 \times (10 - 9)]$$

$$H = 5 \times 3 - 3 \times 3 - 2 \times [4 - 2 \times 1]$$

$$H = 5 \times 3 - 3 \times 3 - 2 \times [4 - 2]$$

$$H = 5 \times 3 - 3 \times 3 - 2 \times 2$$

$$H = 15 - 9 - 4$$

$$H = 6 - 4 = 2$$

AUTRE ECRITURE DE LA DIVISION :

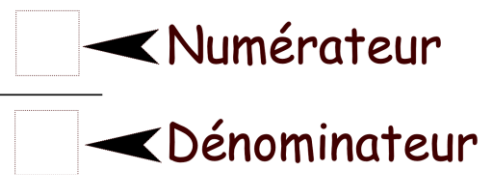
5 : 2 peut également s'écrire sous forme fractionnaire. Son écriture est alors : $\frac{5}{2}$

Remarque :

L'écriture $\frac{3+4}{2}$ correspond à l'écriture en ligne : $(3+4) : 2$

L'écriture $\frac{5}{1+3}$ correspond à l'écriture en ligne : $5 : (1+3)$

L'écriture $\frac{5-3}{1+3}$ correspond à l'écriture en ligne : $(5-3) : (1+3)$



Dans une expression fractionnaire, nous devons effectuer les calculs au numérateur et au dénominateur avant de calculer le quotient.

Remarque : Importance des parenthèses

$(3+4) : 2 = 7 : 2 = 3,5$ Cette écriture correspond à $\frac{3+4}{2}$

$3+4 : 2 = 3+2 = 5$ Cette écriture correspond à $3 + \frac{4}{2}$

Si nous désirons déterminer à la calculatrice ces résultats, il faudrait taper

$(\boxed{3} \boxed{+} \boxed{4} \boxed{)} \boxed{:} \boxed{2}$ pour $\frac{3+4}{2}$ et $\boxed{3} \boxed{+} \boxed{4} \boxed{:} \boxed{2}$ pour $3 + \frac{4}{2}$

Exemple 9:

Soit à calculer :

A chalkboard with a wooden frame. On the board, the expression $J = 3 + \frac{5+2}{7-5}$ is written in white chalk.

Cette expression pourrait s'écrire, en ligne :

$$J = 3 + (5+2) : (7-5)$$

(attention aux parenthèses nécessaires si l'on supprime la barre de fraction)

Nous conserverons l'écriture en fraction pour effectuer ce calcul. Nous avons :

A spiral-bound notebook with a blue grid background. The following steps are written on the page:

$$\begin{aligned} J &= 3 + \frac{5+2}{7-5} \\ J &= 3 + \frac{7}{2} \\ J &= 3 + 3,5 \\ J &= 6,5 \end{aligned}$$

Exemple 10:

Soit à calculer :

$$K = 7 - 2 \times \frac{3 \times 2 - 2}{5 + 3}$$

Cette expression pourrait s'écrire, en ligne :

$$K = 7 - 2 \times (3 \times 2 - 2) : (5 + 3)$$

Nous avons donc (le calcul entre parenthèses , donc le calcul du numérateur et du dénominateur étant prioritaire)

$$\begin{aligned} K &= 7 - 2 \times \frac{3 \times 2 - 2}{5 + 3} \\ K &= 7 - 2 \times \frac{6 - 2}{8} \\ K &= 7 - 2 \times \frac{4}{8} \\ K &= 7 - 2 \times 0,5 \\ K &= 7 - 1 \\ K &= 6 \end{aligned}$$

Les calculs du numérateur et du dénominateur sont prioritaires.

Mais arrivés à ce stade, nous pouvons procéder autrement.

En ligne, cette écriture est la suivante :

$$K = 7 - 2 \times 4 : 8$$

$$\begin{aligned} K &= 7 - 2 \times \frac{4}{8} \\ K &= 7 - \frac{8}{8} \\ K &= 7 - 1 \\ K &= 6 \end{aligned}$$

Le calcul de $2 \times 4 : 8$ doit se faire dans l'ordre (suite de multiplications et de divisions)

Problème : Brevet des Collèges - National - 2009

(Extraits)

1) Calculer A : $A = \frac{8 + 3 \times 4}{1 + 2 \times 1,5}$

2) Pour calculer A, un élève a tapé sur sa calculatrice la succession de touches ci-dessous :

$\boxed{8} \boxed{+} \boxed{3} \boxed{\times} \boxed{4} \boxed{\div} \boxed{1} \boxed{+} \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{1} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{=}$

Expliquer pourquoi il n'obtient pas le bon résultat.

