

# THEME 8

## PYRAMIDES D'EGYPTE



### Un peu de géographie !



### Un peu d'histoire !

Sur le plateau de Gizeh, en Egypte, à l'Ouest de la ville du Caire, se trouvent trois pyramides célèbres, la pyramide de Chéops (ou Khéops) bâtie vers 2600 av. J.C., la pyramide de Chéphren et la pyramide de Mykérinos bâtie vers 2500 av. J.C.

La pyramide de Chéops, second roi de la 4<sup>ème</sup> dynastie, est la plus importante au monde. Elle est haute de 138 m et large (la base est un carré) de 233 m. Pendant 20 ans, 100 000 ouvriers furent employés sur le site. Elle est constituée de 2,5 millions de blocs de pierre calcaire pesant entre 2 et 10 tonnes.

Certains blocs en granit rouge, utilisés dans la chambre du pharaon, peuvent peser 60 tonnes.

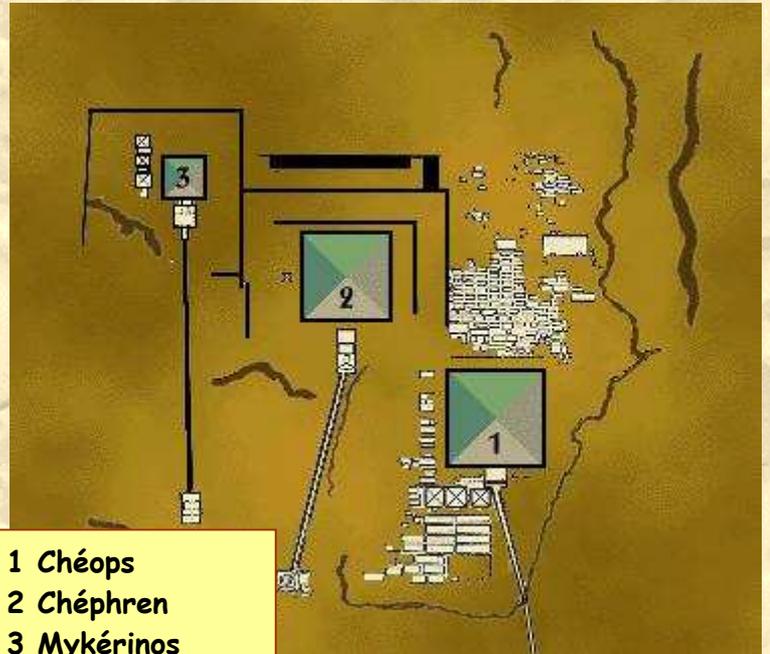




## Hauteur de la pyramide :

Le texte suivant est extrait d'un ouvrage « LE THEOREME DU PERROQUET » de Denis Guedj ( éditions du Seuil )

*Un livre à lire*



- 1 Chéops
- 2 Chéphren
- 3 Mykérinos

Après quelques jours d'un voyage interrompu par de nombreux arrêts dans les villes bordant le fleuve, il l'aperçut. Dressée au milieu d'un large plateau, non loin de la rive, la pyramide de Khéops ! Thalès n'avait jamais rien vu d'aussi imposant. Deux autres pyramides, Khéphren et Mykérinos, s'élevaient sur le plateau ; à côté, elles paraissaient petites et pourtant... Tout au long du voyage sur le Nil, les voyageurs l'avaient pourtant averti. Les dimensions du monument dépassaient tout ce qu'il avait imaginé. Thalès quitta la felouque. A mesure qu'il s'approchait, sa marche se fit plus lente ; comme si le monument, par sa seule masse, parvenait à ralentir ses pas. Il s'assit, vaincu. Un fellah sans âge s'accroupit à ses côtés. " Sais-tu, étranger, combien de morts a coûté cette pyramide que tu sembles admirer ? " " Des milliers, sans doute. " " Dis : des dizaines de milliers. " " Des dizaines de milliers ! " " Dis : des centaines de milliers. " " Des centaines de milliers ! " Thalès le regarda incrédule. " Plus, peut-être, ajouta le fellah. Pourquoi tant de morts ? Pour creuser un canal ? Retenir un fleuve ? Jeter un pont ? Construire une route ? Bâtir un palais ? Dresser un temple en l'honneur des Dieux ? Ouvrir une mine ? Tu n'y es pas. Cette pyramide a été dressée par le pharaon Khéops dans le seul but d'obliger les humains à se persuader de leur petitesse. La construction devait excéder toute norme pour nous accabler : plus gigantesque elle serait, plus infimes nous serions. Le but est atteint. Je t'ai vu approcher et, sur ton visage, j'ai vu se dessiner les effets de cette immensité. Pharaon et ses architectes ont voulu nous contraindre à admettre qu'entre cette pyramide et nous il n'y a aucune commune mesure ! "

...Thalès avait déjà entendu pareille spéculation sur le dessein du pharaon Khéops, mais jamais aussi impudiquement, et aussi précisément énoncée. "Aucune commune mesure !" Ce monument volontairement démesuré le défiait. Depuis 2000 ans, l'édifice construit pourtant par la main des hommes restait hors de portée de leur connaissance. Quels qu'aient été les buts du pharaon, il restait une évidence : la hauteur de la pyramide était impossible à mesurer. Elle était la construction la plus visible du monde habité et elle était la seule à ne pouvoir être mesurée ! Thalès voulut relever le défi.

...Toute la nuit, le fellah parla. Ce qu'il raconta à Thalès, personne ne l'a jamais su.

...Lorsque le soleil éclaira l'horizon, Thalès se leva. Il regarda sa propre ombre se déployer en direction de l'ouest ; il pensa que, quelle que soit la petitesse d'un objet, il existe toujours un éclairage qui le fait grand. Longtemps, il resta debout, immobile, les yeux fixés sur la tache sombre que faisait son corps sur le sol. Il la vit rapetisser à mesure que le soleil s'élevait dans le ciel.

...Puisque ma main ne peut effectuer la mesure, ma pensée l'effectuera se promit-il. Thalès fixa longuement la pyramide; il devait se trouver un allié "à la mesure" de son adversaire. Lentement, son regard alla de son corps à son ombre, de son ombre à son corps, puis se porta sur la pyramide. Enfin, il leva les yeux, le soleil lançait ses rayons terribles. Thalès venait de trouver son allié !

...En traitant semblablement l'homme minuscule et la gigantesque pyramide, le soleil établit la possibilité de la mesure commune.

...Thalès se pénétra de cette idée : le rapport que j'entretiens avec mon ombre est le même que celui que la pyramide entretient avec la sienne. Il en déduisit ceci : à l'instant où mon ombre sera égale à ma taille, l'ombre de la pyramide sera égale à sa hauteur ! La voilà, l'idée recherchée. Encore fallait-il pouvoir la mettre à exécution.

...Thalès ne pouvait effectuer seul l'opération Il fallait être deux. Le fellah accepta de l'aider. Peut-être est-ce ainsi que cela s'est réellement passé. Comment savoir ?

...Le lendemain, dès l'aube, le fellah se dirigea vers le monument et s'assit à l'ombre immense de la pyramide. Thalès traça dans le sable un cercle au rayon égal à sa propre taille, se plaça au centre, se redressa afin d'être bien droit. Puis il fixa des yeux le bout de son ombre.

... Lorsque celui-ci effleura la circonférence, c'est-à-dire lorsque la longueur de l'ombre fut égale à sa taille, il lança le cri convenu. Le fellah, qui guettait, planta immédiatement un pieu à l'endroit atteint par l'extrémité de l'ombre de la pyramide. Thalès courut vers le pieu.

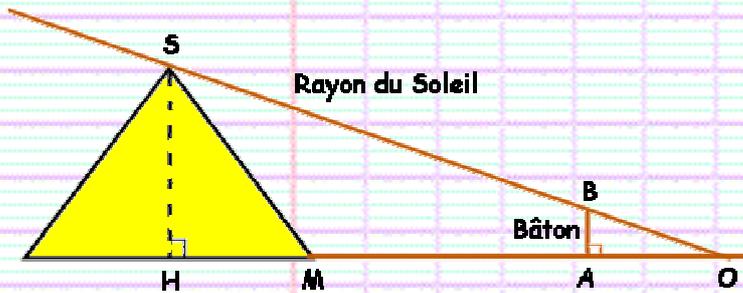
...Ensemble, sans échanger un mot, à l'aide de la corde bien tendue, ils mesurèrent la distance séparant le pieu de la base de la pyramide. Quand ils eurent calculé la longueur de l'ombre, ils connurent la hauteur de la pyramide !

### Question 1 :

L'explication suivante ( plus accessible à un élève de Collège ) est un peu différente. Considérons le schéma ci-contre.

Thalès attendit que les rayons du Soleil soient perpendiculaires à un côté de la base de la pyramide.

Puis , il prit un bâton qu'il planta verticalement dans le sol de telle façon que l'ombre du haut de bâton corresponde à l'ombre du sommet de la pyramide.

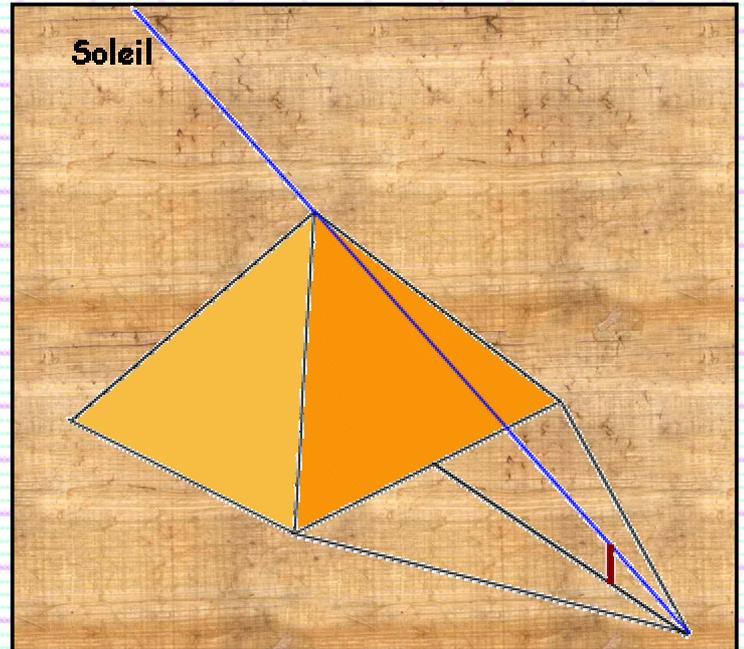


Les longueurs que Thalès pouvaient mesurer sur le terrain sont les suivantes ( l'unité est la coudée. ) :

$$AB = 3,25 \quad OA = 5,20 \quad OM = 234$$

Sachant que la longueur du côté de la base carrée de la pyramide est de 436,54 coudées, déterminez, en utilisant le théorème de Thalès, la hauteur SH ( en coudée ) de cette pyramide.

La coudée égyptienne avait pour valeur 0,52 m. Quelle est, en mètres, la hauteur de la pyramide ?



Quelques unités de longueur :

Le doigt : 1,87 cm

La palme (4 doigts) soit 7,48 cm

La main (5 doigts) soit 9,35 cm

La petite coudée (24 doigts) soit 44,88 cm

La grande coudée ou coudée royale (28 doigts) soit 52,36 cm

### Remarque :

D'après certains textes, la valeur déterminée par Thalès était de 276,25 coudées, soit environ 143,65 m.

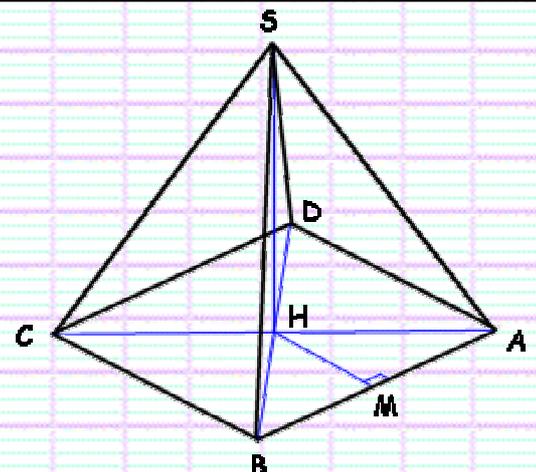
### Question 2 :

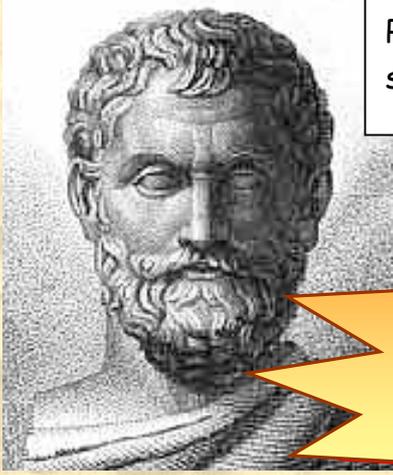
Les dimensions que nous utiliserons dans cette question sont 138 m de hauteur et 233 m pour la largeur de la base carrée.

- Calculer son volume.
- Combien mesure l'arête SA, à 1 m près .
- Calculer l'aire des 4 faces triangulaires ( arrondir le résultat à  $10 \text{ m}^2$  près ).

Rappel : Volume d'une pyramide

$$V = \frac{B \times h}{3} = \frac{1}{3} B \times h$$





Parmi les 7 merveilles du monde, seules les pyramides existent encore.



**THALES**  
6<sup>ème</sup> siècle av. J.C.  
un des premiers mathématiciens

Question 3 :

Le tableau ci-dessous donnent les dimensions des trois principales pyramides du plateau de Gizeh :

Pyramide	Largeur de la base carrée	Hauteur
Chéops	233 m	138 m
Chéphren	208 m	136,5 m
Mykérinos	107 m	66 m



Remarque :

Vous pourrez trouver d'autres valeurs selon les sources choisies. Notez que la pyramide de Chéops mesurent actuellement 137,2 m , soit environ 138 m, alors qu'elle mesurait autrefois avec son parement lisse 148,5 m .

- a) Calculer le volume des ces trois pyramides .  
*De telles chiffres sont peu parlants.*
- b) La longueur totale des frontières de la France est d'environ 6500 km .  
Nous désirons construire un mur tout autour de la France de 30 cm de large. Quelle sera alors la hauteur de ce mur si l'on utilise toutes les pierres de ces trois pyramides ?
- c) Une entreprise dispose de 40 camions dont la contenance est de 10 m<sup>3</sup> .  
Sachant qu'un camion peut effectuer quatre trajets par jour, quelle sera la durée nécessaire au transport des pierres constituant les trois pyramides ?

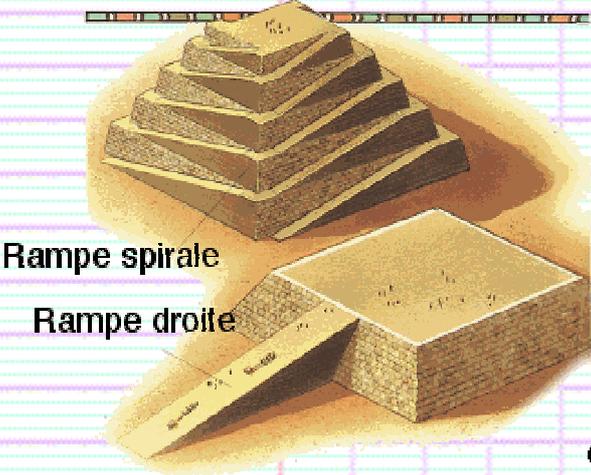


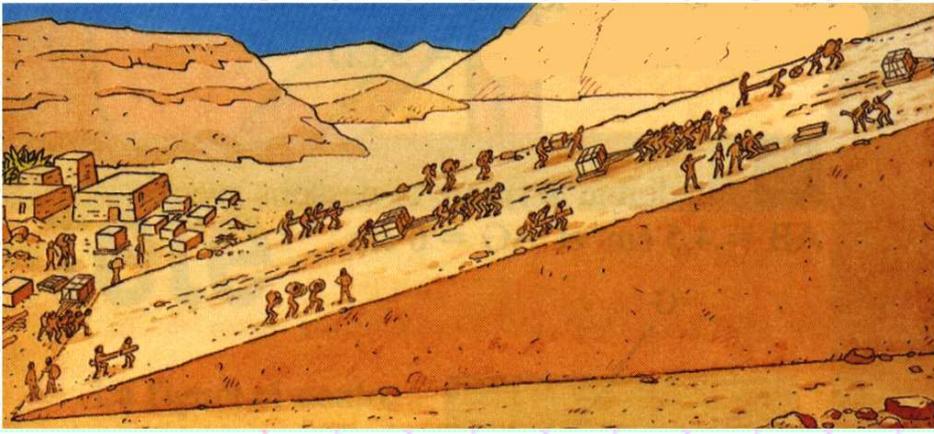
Question 4 : Rampe d'accès

Une des énigmes encore sans solution aujourd'hui est le problème des rampes d'accès. Comment les Egyptiens ont-ils procédé, avec les moyens rudimentaires de l'époque, pour monter des blocs de pierres d'une masse aussi importante ?

Le plan incliné semble être la solution. Mais est-ce avec une rampe spirale ou une rampe droite ?

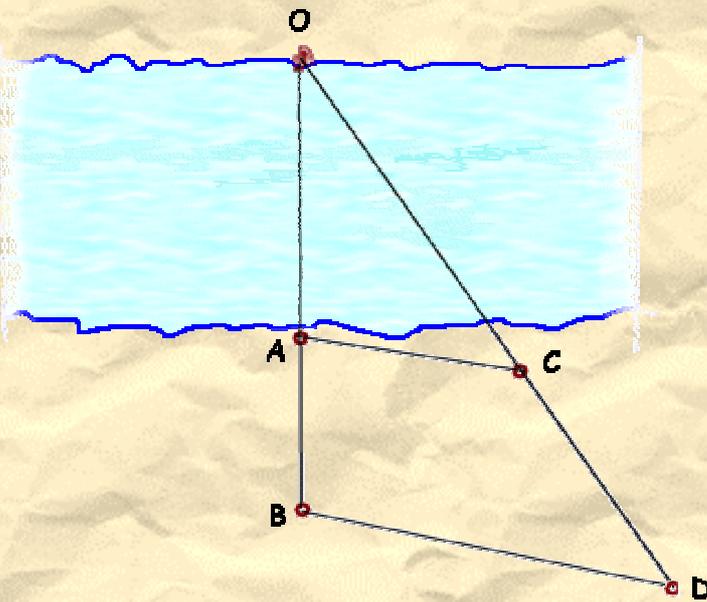
En supposant que les ouvriers de ce chantier élèvent un bloc de 5 m sur une distance horizontale de 50 m, quelle devrait être la longueur OH de la rampe pour s'élever de 138 m ? Cette hypothèse est-elle réaliste ?





### Largeur du Nil ( avec Thalès ) :

Le problème est la mesure d'une rivière lorsque l'on ne peut pas accéder facilement aux deux berges.



Sur une rive, il suffit de viser un objet particulier ( un caillou , un arbre ) situé sur la rive opposé et de planter deux bâtons en A et en B. Puis , après s'être déplacé , il suffit de planter deux autres bâtons en C et D de telle façon que les droites (AC) et (BD) soient parallèles. ( La droite (AC) n'a pas besoin d'être perpendiculaire à la droite (AB) )

### Question 5 :

Calculer la largeur du Nil OA avec les données suivantes :

$AB = 50 \text{ m}$  ;  $AC = 30 \text{ m}$  et  $BD = 40 \text{ m}$

### Largeur du Nil ( avec les symétries ) :

Nous désirons ( sans utiliser Thalès ) connaître la largeur du Nil entre les deux points O et A. Nous sommes placés sur la berge où se situe le point A et nous ne pouvons pas accéder à l'autre rive.

### Question 6 :

- Placer un bâton en un point I non aligné avec les deux points O et A.
- Construire le symétrique A' du point A par rapport à I.

Le symétrique O' du point O par rapport à I se trouve sur la droite (OI) . Mais nous ne pouvons pas déterminer ce point, puisque nous ne connaissons pas la distance OI).

### Propriété :

Dans une symétrie centrale, l'image d'une droite est une droite parallèle.

- Sur la droite (OA) ( et sur la berge ! ), choisir un point B. Construire son symétrique B' par rapport à I..

La droite ( A'B' ) est parallèle à la droite (AB), c'est à dire à la droite (OA).

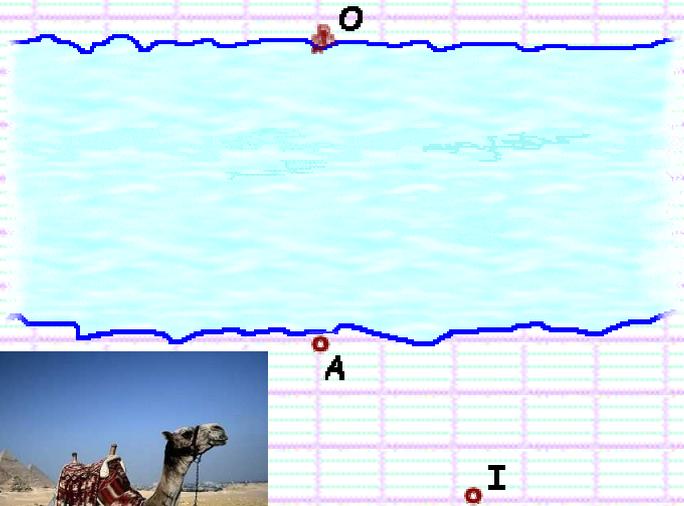
- Le point O', symétrique de O par rapport à I se trouve donc sur cette droite. Tracer alors le point O'.

**Propriété :**

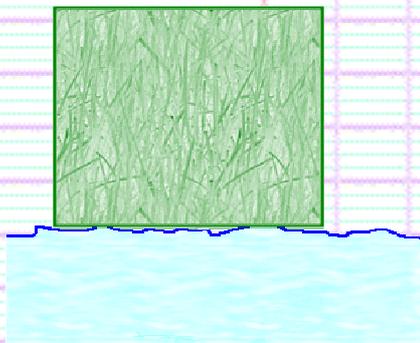
Une symétrie centrale conserve les distances.

Nous avons donc  $OA = O'A'$

Il suffit alors de mesurer la distance O'A' pour déterminer la largeur du Nil à cet endroit.



## Terrains sur le bord du Nil :



### Question 7 :

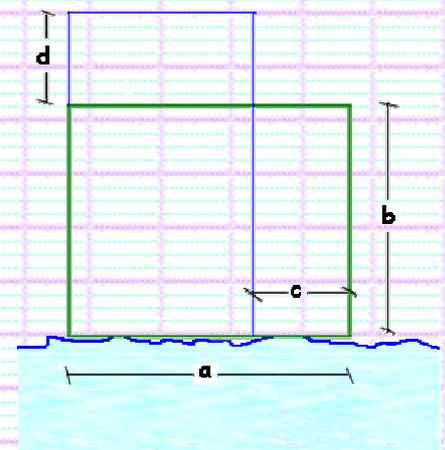
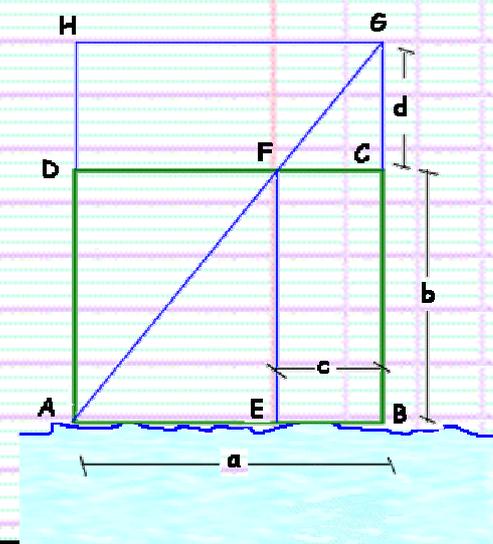
Un propriétaire possède un terrain assez grand donnant sur le Nil. Un nouveau propriétaire désire un terrain donnant également sur le Nil sur une longueur égale à c.

Afin que le premier propriétaire ne soit pas lésé ( il désire conserver la même superficie de terrain ), sa parcelle sera augmenter d'une longueur d

### Détermination de d par le calcul.

- Calculer d en fonction de a , b et c.

### Détermination de d par la géométrie.



- En utilisant les triangles GFC et GAD et en remarquant que les droites (FC) et (AB) sont parallèles, déterminer d en fonction de a , b et c.
- Comparer les deux valeurs obtenues.

Ce moyen, d'après certaines sources, a été employé pour diviser les différentes parcelles bordant le Nil

