

THEME 8

PYRAMIDES ET CONES AGRANDISSEMENT ET REDUCTION

RAPPELS

Volume d'une pyramide :

$$\frac{B \times h}{3}$$
 avec B : aire de la base et h hauteur de la pyramide

Volume d'un cône

$$\frac{B \times h}{3}$$
 avec B : aire de la base et h hauteur du cône

$$\text{ou } \frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$$
 avec r rayon de la base pour un cône de révolution

Lorsque nous avons un dessin (plan) ou un objet (espace) et que nous multiplions les dimensions (longueurs) par un nombre k, nous faisons

- un agrandissement du dessin ou de l'objet
- une réduction dessin ou de l'objet

si le nombre k est supérieur à 1.
si le nombre k est inférieur à 1.

Attention, si les longueurs sont multipliées par un nombre k, alors

les aires sont multipliées par k^2
les volumes sont multipliés par k^3 .



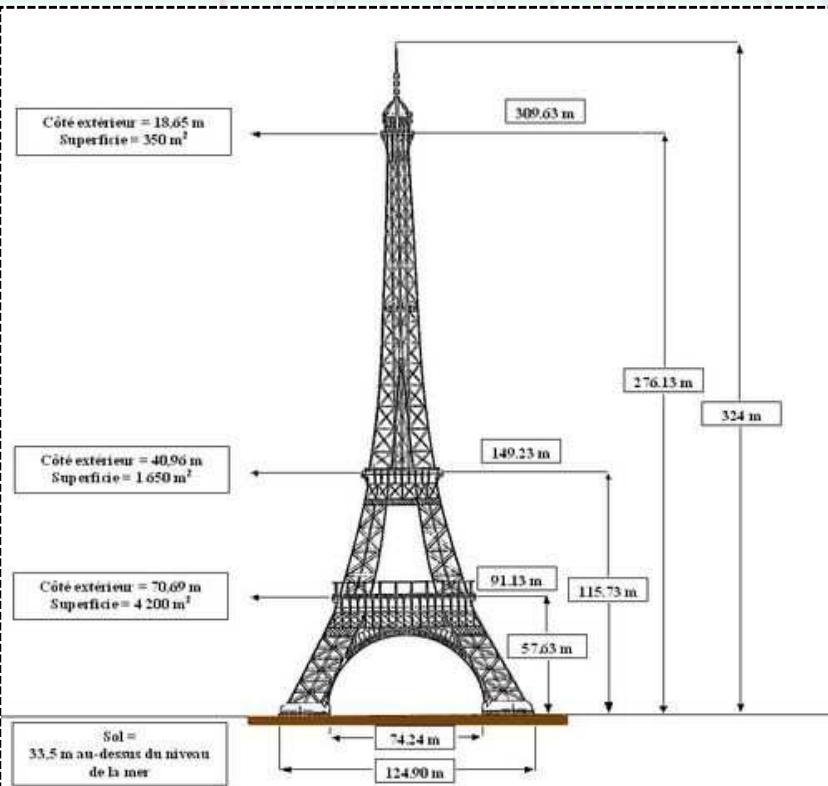
Exercice 1 : Modèle réduit de voiture



Un modèle réduit de voiture (échelle 1/43) mesure en longueur 8,7 cm.

- Quelle est la longueur réelle de la voiture ?
- Le volume du coffre (de la maquette) est de 5 cm³. Quelle est le volume du coffre dans la réalité ? Donnez le résultat en dm³.





Exercice 2 : Tour Eiffel

La tour Eiffel pèse environ 10 000 tonnes

Sa hauteur est d'environ 320 m

Nous désirons fabriquer une maquette au 1/100 en fer.

a) Quelle est la hauteur de cette maquette?

b) Combien pèse la maquette ?



Exercice 3 : Plan d'un terrain

Un terrain a une aire de 2500 m^2 . On le représente sur un plan à l'échelle 1/500.

Quelle est l'aire du terrain sur ce plan ?

Exercice 4 : A votre santé

Un verre conique de hauteur 4 cm et de diamètre 6 cm est rempli à mi-hauteur.

a) Calculer le volume total du verre.

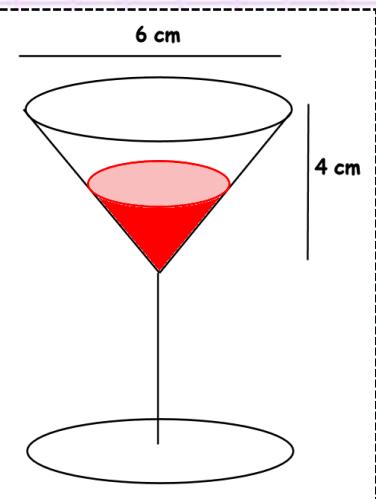
b) Quelle est le volume de liquide dans ce verre ?

Exercice 5 : Concours Kangourou

La tour Eiffel a 300 mètres de hauteur, est entièrement construite en fer

et pèse 8 000 tonnes. On veut construire un modèle réduit, en fer aussi, qui pèse 1 kilogramme.

Quelle doit être sa hauteur ?



| | | | | | | | | | |
|---|------|---|-------|---|-----|---|-------|---|----------|
| A | 8 cm | B | 80 cm | C | 8 m | D | 1,5 m | E | 0,0375 m |
|---|------|---|-------|---|-----|---|-------|---|----------|

Note de l'éditeur de Jeux & découvertes mathématiques : 11 % des 6^{ème} ont répondu juste à cette question, 10% en 5^{ème}, 7% en 4^{ème} et seulement 6% en 3^{ème}. On voit que les résultats ne s'améliorent pas avec l'âge !)

Exercice 6 : Bidon ! Concours Kangourou

Pour peindre un monument de 16 mètres de haut, il faut 256 bidons de peinture.

Combien en faut-il pour peindre une maquette de 1 mètre de haut ?

| | | | | | | | | | |
|---|----|---|---|---|-----|---|-------|---|---------------|
| A | 16 | B | 1 | C | 1/2 | D | 85,33 | E | autre réponse |
|---|----|---|---|---|-----|---|-------|---|---------------|

Exercice 7 : Brevet - Antilles-Guyane - 1996

On se donne une pyramide P_1 ayant une base carrée de 8 cm de côté et une hauteur de 12 cm. Une pyramide P_2 est un agrandissement de P_1 dont un côté de la base mesure 20 cm.

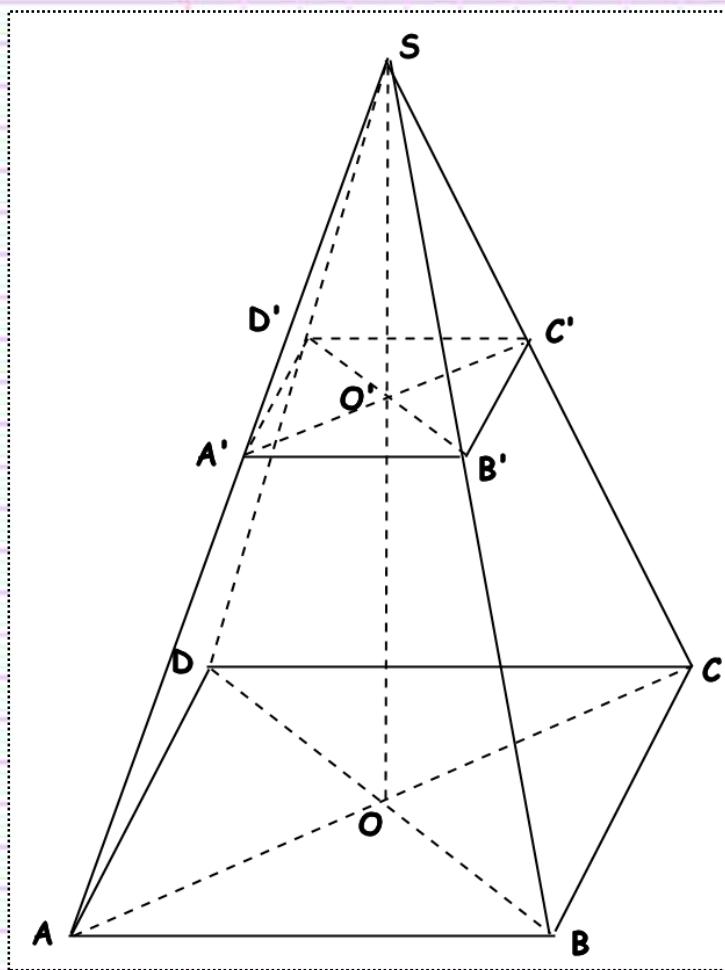
1) Calculer le coefficient de l agrandissement.

2) Calculer le volume de la pyramide P_1 . Calculer le volume de la pyramide P_2 .

SAVOIR UTILISER LES COEFFICIENTS D'AGRANDEMENT ET DE REDUCTION :

Exercice 1 : Brevet - Sud - 2006

Pour la pyramide SABCD ci-dessous :



La base est le rectangle ABCD de centre O.

$AB = 3 \text{ cm}$ et $BD = 5 \text{ cm}$.

La hauteur $[SO]$ mesure 6 cm.

1. Montrer que $AD = 4 \text{ cm}$.

2. Calculer le volume de la pyramide SABCD en cm^3 .

3. Soit O' le milieu de $[SO]$.

On coupe la pyramide par un plan passant par O' et parallèle à sa base.

a) Quelle est la nature de la section $A'B'C'D'$ obtenue ?

b) La pyramide $SA'B'C'D'$ est une réduction de la pyramide SABCD. Donner le rapport de cette réduction.

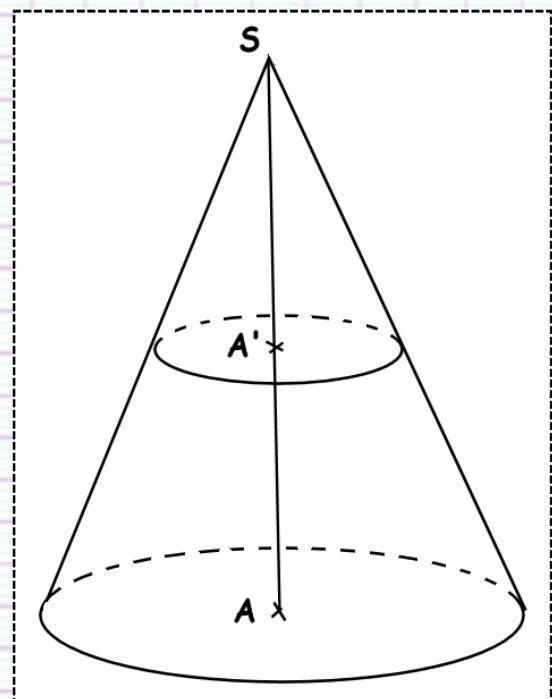
c) Calculer le volume de la pyramide $SA'B'C'D'$.

Exercice 2 : Brevet - Nord - 2005

Sur la figure ci-dessous, on a un cône de révolution tel que $SA = 12 \text{ cm}$.

Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que $SA' = 3 \text{ cm}$

(la figure ci-dessous n'est pas à l'échelle)

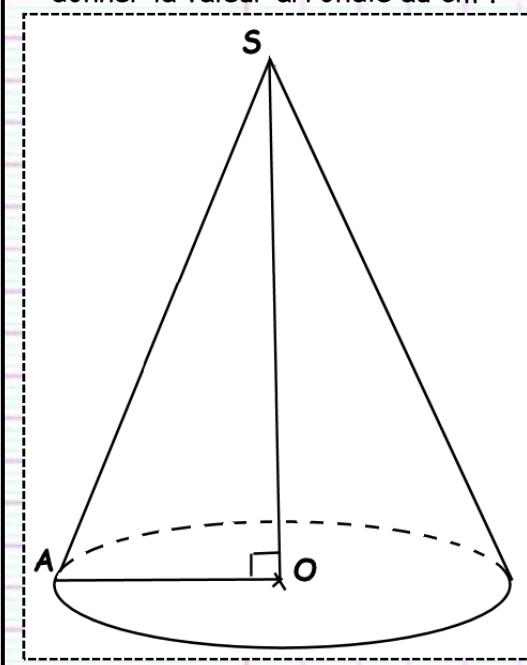


1) Le rayon du disque de base du grand cône est de 7 cm.

Calculer la valeur exacte du volume du grand cône.

2) Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?

3) Calculer la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis en donner la valeur arrondie au cm^3 .



Exercice 3 : Brevet - Nord - 2003

Un tajine est un plat composé d'une assiette circulaire et d'un couvercle en forme de cône qui s'emboîte parfaitement dans l'assiette. L'assiette de ce tajine a un rayon $[OA]$ qui mesure 15 cm et la génératrice du cône $[SA]$ mesure 25 cm.

1) Calculer la hauteur OS du cône.

2) Montrer que la valeur exacte du volume V du cône est égale à $1500\pi \text{ cm}^3$.

3) Un modèle réduit de ce tajine a une assiette de rayon 6 cm.

a) Déterminer le coefficient de réduction qui transforme le grand tajine en modèle réduit.

b) En déduire la valeur arrondie au cm^3 près du volume V' du tajine en modèle réduit.

Exercice 4 : Brevet - Limoges - 1993

Un cône de révolution a pour aire de base $2\ 160 \text{ cm}^2$ et pour volume $10\ 800 \text{ cm}^3$.

1) Calculer la hauteur du cône.

2) On a construit une maquette de ce cône à l'échelle $1/5$.

Quel est le volume de la maquette ?

Remarque : Aucune construction n'est demandée



Exercice 5 : Brevet - Bordeaux - 1996

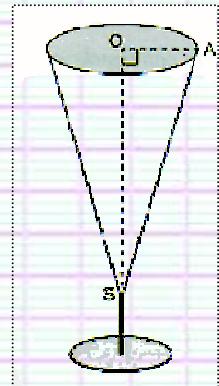
On considère le verre ci-contre, ayant la forme d'un cône de révolution, de hauteur $OS = 12 \text{ cm}$ et de rayon $OA = 3 \text{ cm}$.

1) Montrer que le volume de ce verre (en cm^3) est égal à 36π .

2) Avec un litre d'eau, combien de fois peut-on remplir ce verre entièrement ?

3) Si on remplit ce verre aux cinq sixièmes de sa hauteur, quel est alors le volume d'eau utilisé ? (On donnera le résultat au cm^3 près)

4) Calculer la mesure de l'angle OSA (Donner la valeur arrondie au degré près)



Exercice 6 : Brevet - Session de remplacement - Sept 1995

SABCD est une pyramide dont la base est un carré de côté $AB = 35 \text{ cm}$. Sa hauteur SH mesure 63 cm .

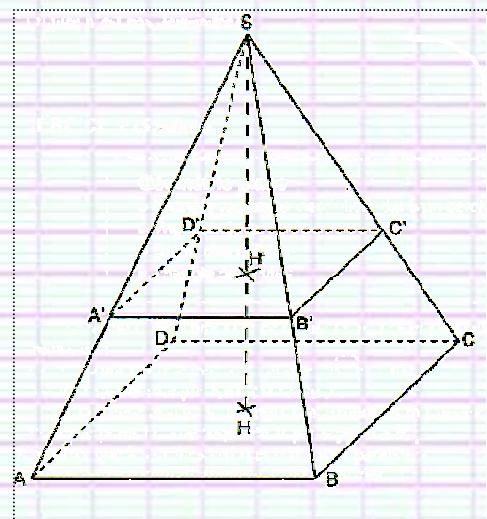
1) Montrer que le volume de cette pyramide est $25\ 725 \text{ cm}^3$.

2) On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base situé à 27 cm de la base. ($HH' = 27 \text{ cm}$)

Calculer le volume de la pyramide réduite $SA'B'C'D'$.

Quel est le volume du tronc de pyramide $ABCDA'B'C'D'$?

3) Ce tronc de pyramide sert de bac à fleurs. Un sac de vingt litres de terre suffira-t-il à remplir ce bac ?



Exercice 7 : Brevet des Collèges - Polynésie - 97

Un abat-jour a la forme d'une pyramide régulière de sommet principal O. Sa base est un carré ABCD de côté 60 cm .

De plus $AO = 50 \text{ cm}$

1. Quelle est la nature du triangle OAB?

2. K est le milieu du segment [AB].

a) Quelle est la nature du triangle AOK ? Pourquoi ?

b) Calculer $\sin A\hat{O}K$.

c) Donner la valeur de l'angle $A\hat{O}K$ arrondie au degré près.

d) En déduire une valeur approchée de l'angle $A\hat{O}B$.

3. Montrer que $OK = 40 \text{ cm}$.

4. La lumière de cet abat-jour est projetée sur le sol horizontal selon le carré $A'B'C'D'$. Le projeté du point A est le point A' , le projeté du point K est le point K' . La droite (AB) est parallèle à la droite (A'B').

On sait que : $OK' = 2,40 \text{ m}$.

a) Calculer $A'K'$.

b) Calculer l'aire de la surface $A'B'C'D'$ éclairée sur le sol ;

exprimer le résultat en m^2

