

THEME 8

PYRAMIDES ET CONES AGRANDISSEMENT ET REDUCTION

RAPPELS

Volume d'une pyramide :

$$\frac{B \times h}{3} \text{ avec } B : \text{aire de la base et } h \text{ hauteur de la pyramide}$$

Volume d'un cône

$$\frac{B \times h}{3} \text{ avec } B : \text{aire de la base et } h \text{ hauteur du cône}$$

$$\text{ou } \frac{\pi \times r^2 \times h}{3} \text{ avec } r \text{ rayon de la base pour un cône de révolution}$$

Lorsque nous avons un dessin (plan) ou un objet (espace) et que nous multiplions les dimensions (longueurs) par un nombre k , nous faisons

- un agrandissement du dessin ou de l'objet
- une réduction dessin ou de l'objet

si le nombre k est supérieur à 1.

si le nombre k est inférieur à 1.

Attention, si les longueurs sont multipliées par un nombre k , alors

les aires sont multipliées par k^2

les volumes sont multipliés par k^3 .

Longueurs	$\times k$
Aires	$\times k^2$
Volumes	$\times k^3$

Exercice 1 : Modèle réduit de voiture

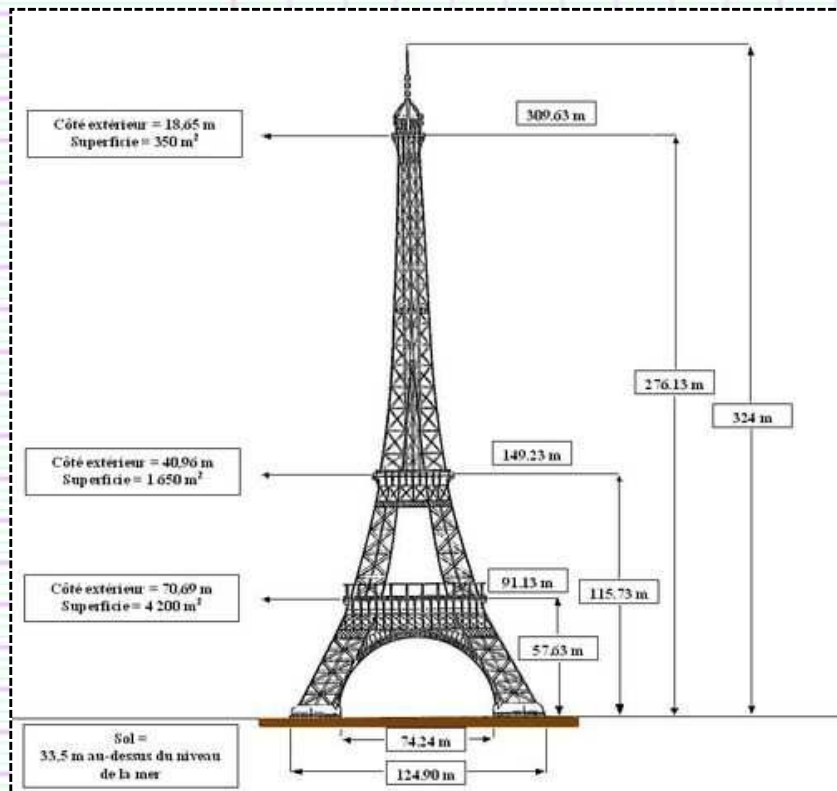


Un modèle réduit de voiture (échelle 1/43) mesure en longueur 8,7 cm.

a) Quelle est la longueur réelle de la voiture ?

b) Le volume du coffre (de la maquette) est de 5 cm^3 . Quelle est le volume du coffre dans la réalité ? Donnez le résultat en dm^3 .





Exercice 2 : Tour Eiffel

La tour Eiffel pèse environ 10 000 tonnes
Sa hauteur est d'environ 320 m
Nous désirons fabriquer une maquette au 1/100 en fer.

- Quelle est la hauteur de cette maquette?
- Combien pèse la maquette ?



Exercice 3 : Plan d'un terrain

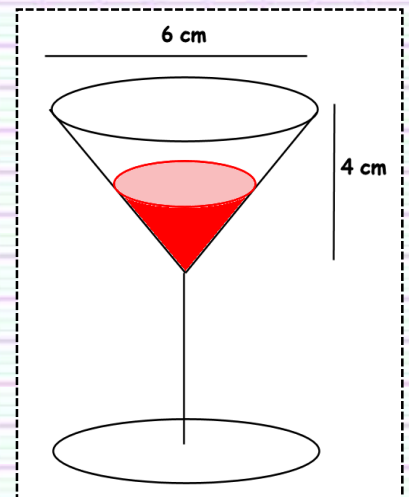
Un terrain a une aire de 2500 m². On le représente sur un plan à l'échelle 1/500.

Quelle est l'aire du terrain sur ce plan ?

Exercice 4 : A votre santé

Un verre conique de hauteur 4 cm et de diamètre 6 cm est rempli à mi-hauteur.

- Calculer le volume total du verre.
- Quelle est le volume de liquide dans ce verre ?



Exercice 5 : Concours Kangourou

La tour Eiffel a 300 mètres de hauteur, est entièrement construite en fer et pèse 8 000 tonnes. On veut construire un modèle réduit, en fer aussi, qui pèse 1 kilogramme. Quelle doit être sa hauteur ?

A	8 cm	B	80 cm	C	8 m	D	1,5 m	E	0,0375 m
---	------	---	-------	---	-----	---	-------	---	----------

Note de l'éditeur de Jeux & découvertes mathématiques : 11 % des 6^{ème} ont répondu juste à cette question, 10% en 5^{ème}, 7% en 4^{ème} et seulement 6% en 3^{ème}. On voit que les résultats ne s'améliorent pas avec l'âge !)

Exercice 6 : Bidon ! Concours Kangourou

Pour peindre un monument de 16 mètres de haut, il faut 256 bidons de peinture. Combien en faut-il pour peindre une maquette de 1 mètre de haut ?

A	16	B	1	C	1/2	D	85,33	E	autre réponse
---	----	---	---	---	-----	---	-------	---	---------------

Exercice 7 : Brevet - Antilles-Guyane - 1996

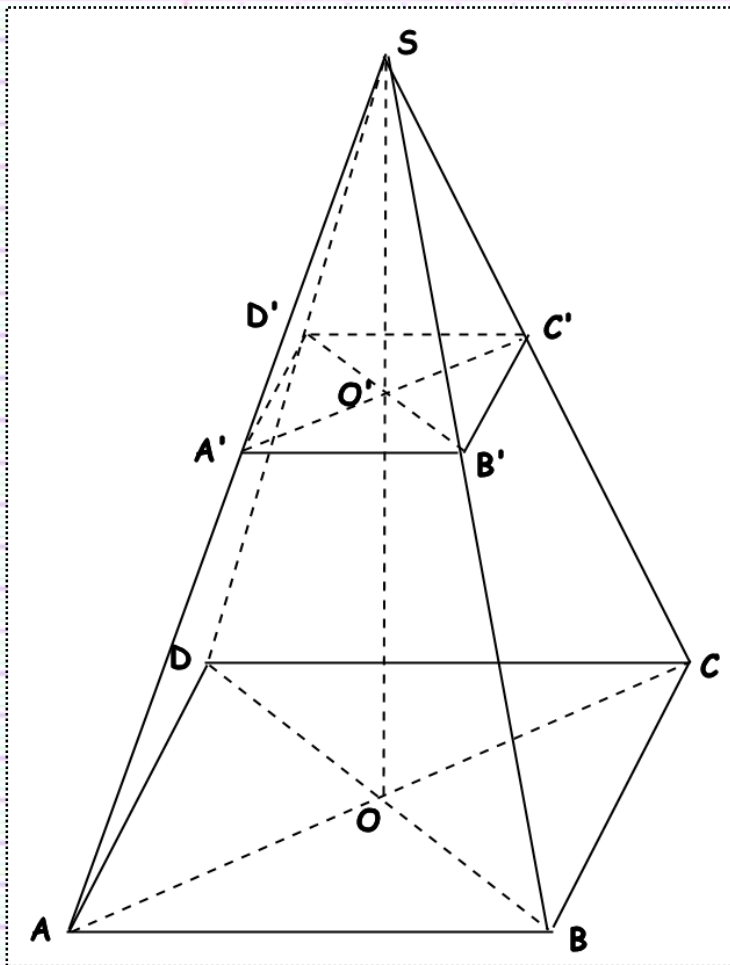
On se donne une pyramide P_1 ayant une base carrée de 8 cm de côté et une hauteur de 12 cm. Une pyramide P_2 est un agrandissement de P_1 dont un côté de la base mesure 20 cm.

- Calculer le coefficient de l'agrandissement.
- Calculer le volume de la pyramide P_1 . Calculer le volume de la pyramide P_2 .

SAVOIR UTILISER LES COEFFICIENTS D'AGRANDISSEMENT ET DE REDUCTION :

Exercice 1 : Brevet - Sud - 2006

Pour la pyramide SABCD ci-dessous :



La base est le rectangle ABCD de centre O.

$AB = 3$ cm et $BD = 5$ cm.

La hauteur $[SO]$ mesure 6 cm.

1. Montrer que $AD = 4$ cm.

2. Calculer le volume de la pyramide SABCD en cm^3 .

3. Soit O' le milieu de $[SO]$.

On coupe la pyramide par un plan passant par O' et parallèle à sa base.

a) Quelle est la nature de la section $A'B'C'D'$ obtenue ?

b) La pyramide $SA'B'C'D'$ est une réduction de la pyramide SABCD. Donner le rapport de cette réduction.

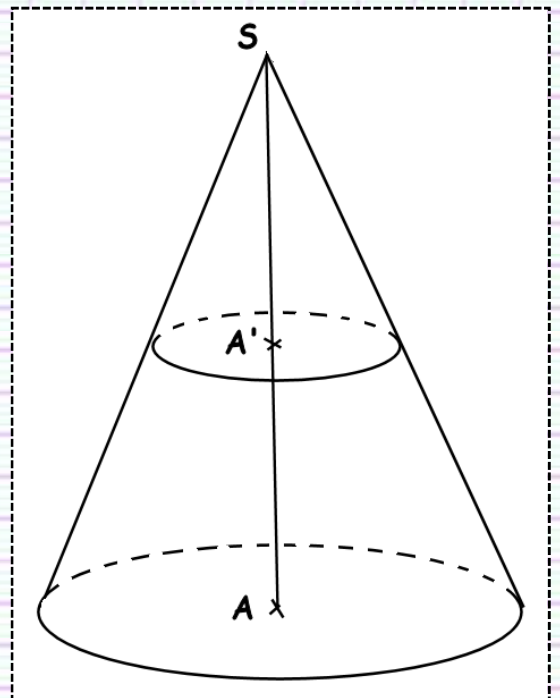
c) Calculer le volume de la pyramide $SA'B'C'D'$.

Exercice 2 : Brevet - Nord - 2005

Sur la figure ci-dessous, on a un cône de révolution tel que $SA = 12$ cm.

Un plan parallèle à la base coupe ce cône tel que $SA' = 3$ cm

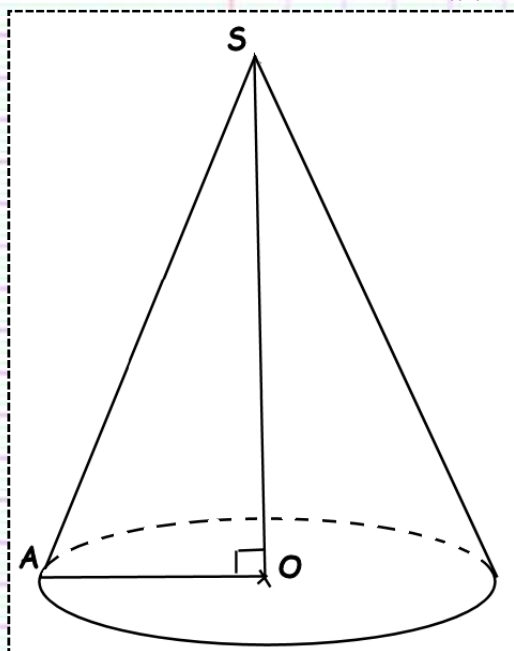
(la figure ci-dessous n'est pas à l'échelle)



1) Le rayon du disque de base du grand cône est de 7 cm. Calculer la valeur exacte du volume du grand cône.

2) Quel est le coefficient de réduction qui permet de passer du grand cône au petit cône ?

3) Calculer la valeur exacte du volume de ce petit cône, puis en donner la valeur arrondie au cm^3 .



Exercice 3 : Brevet - Nord - 2003

Un tajine est un plat composé d'une assiette circulaire et d'un couvercle en forme de cône qui s'emboîte parfaitement dans l'assiette. L'assiette de ce tajine a un rayon $[OA]$ qui mesure 15 cm et la génératrice du cône $[SA]$ mesure 25 cm.

1) Calculer la hauteur OS du cône.

2) Montrer que la valeur exacte du volume V du cône est égale à $1500\pi \text{ cm}^3$.

3) Un modèle réduit de ce tajine a une assiette de rayon 6 cm.

a) Déterminer le coefficient de réduction qui transforme le grand tajine en modèle réduit.

b) En déduire la valeur arrondie au cm^3 près du volume V' du tajine en modèle réduit.

Exercice 4 : Brevet - Limoges - 1993

Un cône de révolution a pour aire de base $2\,160\text{ cm}^2$ et pour volume $10\,800\text{ cm}^3$.

1) Calculer la hauteur du cône.

2) On a construit une maquette de ce cône à l'échelle $1/5$.

Quel est le volume de la maquette ?

Remarque : Aucune construction n'est demandée



Exercice 5 : Brevet - Bordeaux - 1996

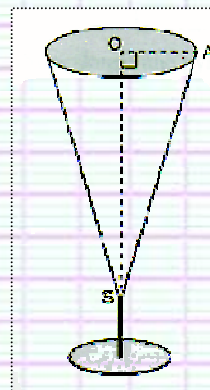
On considère le verre ci-contre, ayant la forme d'un cône de révolution, de hauteur $OS = 12\text{ cm}$ et de rayon $OA = 3\text{ cm}$.

1) Montrer que le volume de ce verre (en cm^3) est égal à 36π .

2) Avec un litre d'eau, combien de fois peut-on remplir ce verre entièrement ?

3) Si on remplit ce verre aux cinq sixièmes de sa hauteur, quel est alors le volume d'eau utilisé ? (On donnera le résultat au cm^3 près)

4) Calculer la mesure de l'angle $O\hat{S}A$ (Donner la valeur arrondie au degré près)



Exercice 6 : Brevet - Session de remplacement - Sept 1995

SABCD est une pyramide dont la base est un carré de côté $AB = 35\text{ cm}$. Sa hauteur SH mesure 63 cm .

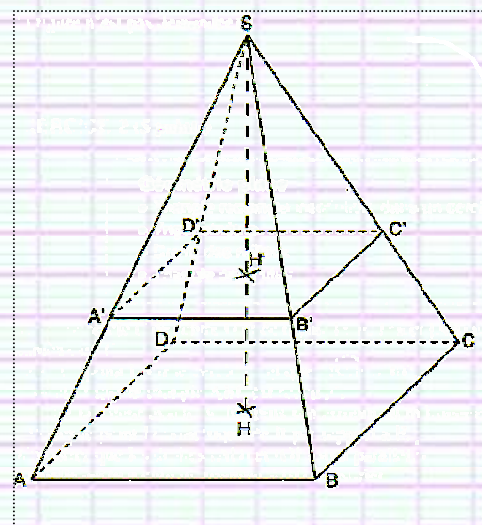
1) Montrer que le volume de cette pyramide est $25\,725\text{ cm}^3$.

2) On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base situé à 27 cm de la base. ($HH' = 27\text{ cm}$)

Calculer le volume de la pyramide réduite $SA'B'C'D'$.

Quel est le volume du tronc de pyramide $ABCD A'B'C'D'$?

3) Ce tronc de pyramide sert de bac à fleurs. Un sac de vingt litres de terre suffira-t-il à remplir ce bac ?



Exercice 7 : Brevet des Collèges - Polynésie - 97

Un abat-jour a la forme d'une pyramide régulière de sommet principal O. Sa base est un carré ABCD de côté 60 cm .

De plus $AO = 50\text{ cm}$

1. Quelle est la nature du triangle OAB ?

2. K est le milieu du segment $[AB]$.

a) Quelle est la nature du triangle AOK ? Pourquoi ?

b) Calculer $\sin A\hat{O}K$.

c) Donner la valeur de l'angle $A\hat{O}K$ arrondie au degré près.

d) En déduire une valeur approchée de l'angle $A\hat{O}B$.

3. Montrer que $OK = 40\text{ cm}$.

4. La lumière de cet abat-jour est projetée sur le sol horizontal selon le carré $A'B'C'D'$. Le projeté du point A est le point A' , le projeté du point K est le point K' . La droite (AB) est parallèle à la droite $(A'B')$.

On sait que : $OK' = 2,40\text{ m}$.

a) Calculer $A'K'$.

b) Calculer l'aire de la surface $A'B'C'D'$ éclairée sur le sol ; exprimer le résultat en m^2

