THEME 8 :

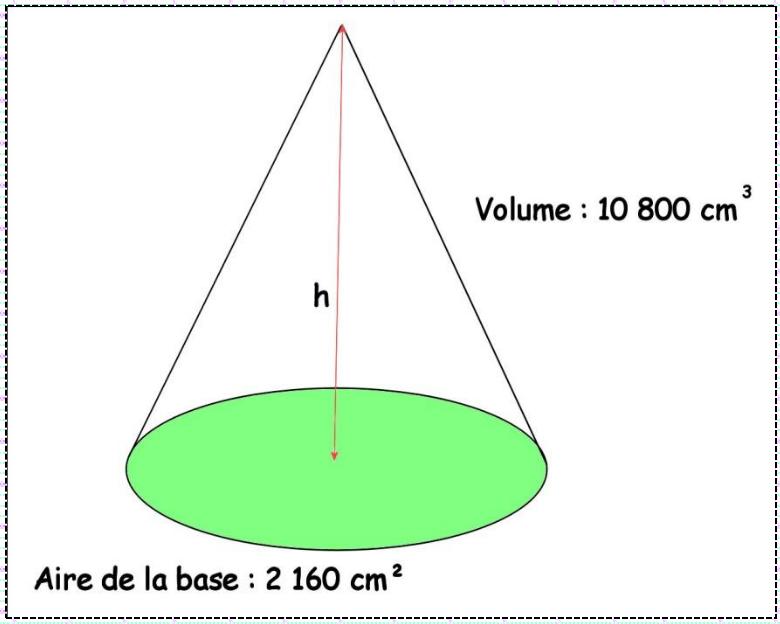
PYRAMIDES ET CONES
AGRANDISSEMENT ET REDUCTIONS
CORRECTION EXERCICES SERIE 1

Exercice 1 : Brevet - Limoges - 1993

Un cône de révolution a pour aire de base 2 160 cm² et pour volume 10 800 cm³.

1. Calculer la hauteur du cône.
2. On a construit une maquette de ce cône à l'échelle 1/5.
   Quel est le volume de la maquette ?

Remarque : Aucune construction n'est demandée



▶ 1. Calcul de la hauteur du cône :

Le volume d'un cône est donnée par la formule :

$$V = \frac{B \times h}{3}$$

A partir de cette écriture, connaissant le volume (10 800 cm³) et l'aire de la base (2 160 cm²), nous pouvons écrire :

$$10800 = \frac{2160 \times h}{3}$$

Cette équation se résout comme suit :

$$10800 \times 3 = 2160 \times h$$

$$\frac{10800 \times 3}{2160} = h$$

$$h = 15$$

$$\boxed{\text{La hauteur du cône est de 15 cm}}$$

(Nous pouvions également écrie : $10800 = \frac{720 \times \cancel{3} \times h}{\cancel{3}}$, puis $10800 = 720 \times h$, puis $\frac{10800}{720} = h$)

▶ 2. Volume de la maquette :

La maquette est à l'échelle 1/5. C'est une réduction du cône réel de coefficient $\frac{1}{5}$

Ce qui signifie que toutes les dimensions de la maquette sont égales au produit des dimensions du cône réel par $\frac{1}{5}$ (c'est-à-dire que les dimensions de la maquette sont égales aux dimensions réelles divisées par 5) (Multiplier par $\frac{1}{5}$ revient à diviser par 5)

Par exemple (ce calcul est ici inutile), la hauteur de la maquette est :

$$\text{hauteur de la maquette} = \frac{1}{5} \times \text{hauteur réelle} = \frac{1}{5} \times 15 = \frac{15}{5} = 3\text{ cm}$$

Nous savons que, dans une réduction de rapport $\frac{1}{5}$, les aires sont multipliées par $(\frac{1}{5})^2$ et les volumes par $(\frac{1}{5})^3$.

Donc le volume de la maquette est égal à :

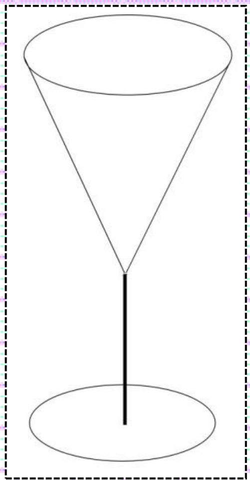
$$V_{Maquette} = (\frac{1}{5})^3 \times V_{Cône\ réel}$$

$$V_{Maquette} = \frac{1^3}{5^3} \times V_{Cône\ réel}$$

$$V_{Maquette} = \frac{1}{125} \times 10800 = \frac{10800}{125} = 86{,}4\text{ cm}^3$$

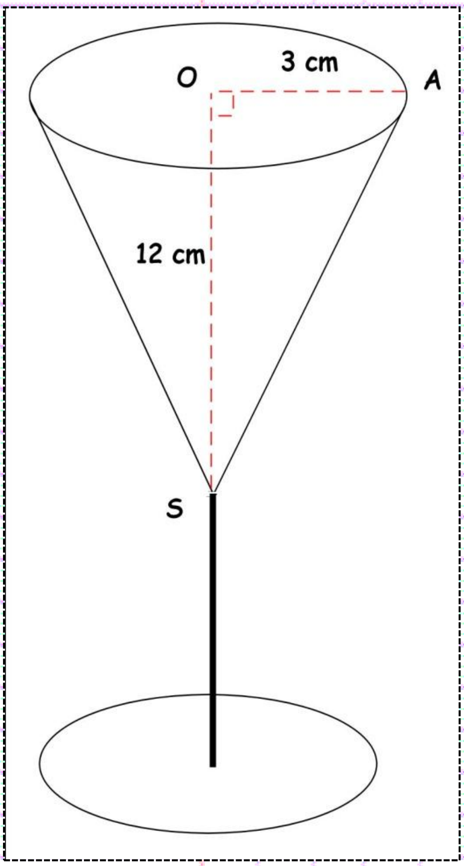
$$\boxed{\text{Le volume de la maquette est de } 86{,}4\text{ cm}^3}$$

Exercice 2 : Brevet - Bordeaux - 1996



On considère le verre ci-contre, ayant la forme d'un cône de révolution, de hauteur OS = 12 cm et de rayon OA = 3 cm.

1. Montrer que le volume de ce verre (en cm^3) est égal à 36π .
2. Avec un litre d'eau, combien de fois peut-on remplir ce verre entièrement ?
3. Si on remplit ce verre aux cinq sixièmes de sa hauteur, quel est alors le volume d'eau utilisé ? (On donnera le résultat au cm^3 près)
4. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{OSA}$ (Donner la valeur arrondie au degré près)



▶ 1. Volume du verre :

Le verre est un cône. Donc son volume est égal

$$V = \frac{B \times h}{3} \qquad \text{avec B aire de la base (disque de rayon 3 cm)}$$

$$V = \frac{\pi \times 3^2 \times 12}{3} = \frac{\pi \times \cancel{3} \times 3 \times 12}{\cancel{3}} = \pi \times 3 \times 12 = \pi \times 36 = 36\pi$$

$$\boxed{\text{Le volume de ce verre (en cm}^3\text{) est égal à } 36\pi}$$

▶ 2. Nombre de verres remplis avec un litre d'eau :

$$1\text{ L} = 1\text{ dm}^3 = 1\,000\text{ cm}^3$$

Le nombre de verres est donc égal à :

$$\frac{1000}{36\pi} \approx 8{,}8$$

$$\boxed{\text{soit} \quad 8 \text{ verres}}$$

▶ 3. Volume d'eau dans le verre :

L'eau représente un cône dont la hauteur est égale à $\frac{5}{6}$ de la hauteur du verre.

Comme les bases sont parallèles, l'eau (en tant que cône) est une réduction du verre de coefficient $\frac{5}{6}$

Par conséquent :

$$V_{Eau} = \left(\frac{5}{6}\right)^3 V_{Verre}$$

$$V_{Eau} = \frac{5^3}{6^3} \times 36\pi = \frac{125}{216} \times 36\pi = \frac{125 \times 36\pi}{216} \approx 65{,}4\ \text{cm}^3$$

Le volume d'eau dans le verre est d'environ 65 cm^3

▶ 4. Mesure de l'angle $O\hat{S}A$:

Dans le triangle OSA rectangle en O, nous avons :

$$\tan(O\hat{S}A) = \frac{OA}{OS}$$

$$\tan(O\hat{S}A) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0{,}25$$

donc

$\tan^{-1}$ (0 • 2 5 ~~)~~

$O\hat{S}A \approx 14°$