

# THEME 8

## RACINE CARREE BREVET DES COLLEGES

### Exercice 1 : ( Afrique1 95 )

Ecrire chacun des nombres suivants sous la forme  $a\sqrt{b}$  où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible :

$$\sqrt{50} ; \quad \sqrt{72} ; \quad \sqrt{50} + \sqrt{72}$$

### Exercice 2 : ( Amiens 95 )

On considère les nombres :

$$D = (2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1) \quad ; \quad E = 8\sqrt{5} - \sqrt{20} - 2\sqrt{45}$$

En indiquant le détail des calculs, écrive D et E sous forme de nombres entiers.

### Exercice 3 : ( Orléans 95 )

On donne les nombres  $D = 5 - 3\sqrt{2}$  et  $E = 4 + 5\sqrt{2}$ .

Calculer  $D - E$  ;  $D \times E$ .

On donnera les résultats sous la forme  $a + b\sqrt{2}$  où a et b sont des nombres entiers relatifs.

### Exercice 4 : ( Caen Septembre 95 )

Écrire chacun des nombres C et D sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible :

$$C = 5\sqrt{6} \times 2\sqrt{3} \quad \quad D = \sqrt{75} + 7\sqrt{3} - 2\sqrt{27}$$

### Exercice 5 : ( Rennes 95 )

On pose :  $A = \sqrt{27} + 1$  ;  $B = 2\sqrt{3} - 5$ .

Ecrire A sous la forme  $a\sqrt{3} + b$ , où a et b sont deux entiers relatifs, les nombres suivants :

$$A - B \quad ; \quad A^2.$$

### Exercice 4 : ( Scandinavie 95 )

1. Écrire sous la forme  $m\sqrt{3}$  où m est un entier naturel :

$$A = \sqrt{27} + 2\sqrt{75} - 4\sqrt{3}$$

2. Écrire sous la forme  $p + q\sqrt{3}$  où p et q sont des entiers relatifs :

$$B = (3\sqrt{3} - 2)(4 - \sqrt{3})$$

### Exercice 5 : ( Vanuatu 95 )

1. Soit  $C = \sqrt{500} + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{45}$

Écrire C sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible.

2. Soit  $D = (5 - 2\sqrt{6})(5 + 2\sqrt{6})$ .

Exprimer D sous forme d'un nombre entier.

### Exercice 6 : ( Orléans 95 )

On donne les nombres :  $G = 5 - 3\sqrt{2}$  et  $H = 4 + 5\sqrt{2}$

Calculer  $G - H$  et  $G \times H$ . (on donnera les résultats sous la forme  $a + b\sqrt{2}$  où a et b sont des nombres entiers relatifs)

Écrire les nombres suivants sous la forme  $p + q\sqrt{7}$  ou  $p$  et  $q$  sont des entiers relatifs

$$E = \sqrt{49} + \sqrt{28} + \sqrt{63}$$

$$F = (2\sqrt{7} + 1)^2 - (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$$

**Exercice 7 :** (Caen 96)

Ecrire les nombres  $C$ ,  $D$  et  $E$  ci-dessous sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où  $a$  est un entier et  $b$  un entier positif le plus petit possible.

$$C = \sqrt{300} \quad ; \quad D = 2\sqrt{12} - \sqrt{27} \quad ; \quad E = \sqrt{21} \times \sqrt{14}$$

**Exercice 8 :** (Nantes 96)

1) Ecrire  $B$  sous la forme  $a\sqrt{3}$  avec  $a$  entier :  $B = \sqrt{5} \times \sqrt{15}$

2) Soit  $C = 2x^2 - 3$ . Calculer  $C$  pour  $x = \sqrt{3}$ .

**Exercice 9 :** (Besançon 96)

1) Sachant que  $A = 2\sqrt{5} + 4$  et  $B = 2\sqrt{5} - 4$ , calculer la valeur exacte de  $A + B$  et de  $A \times B$ .

2) On donne :  $C = \sqrt{147} - 2\sqrt{75} + \sqrt{12}$ .

Ecrire  $C$  sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où  $a$  est un entier relatif et où  $b$  est un entier naturel le plus petit possible.

**Exercice 10 :** (Orléans 96)

1) On considère  $C = 2\sqrt{5} + \sqrt{125} - 6\sqrt{45}$ .

Ecrire  $C$  sous la forme  $a\sqrt{b}$ ,  $a$  et  $b$  étant deux nombres entiers,  $b$  étant le plus petit possible.

2) A l'aide d'un calcul, montrer que le nombre :

$$D = (3\sqrt{2} + 3)(\sqrt{2} - 1) \quad \text{est un nombre entier.}$$

**Exercice 11 :** (Créteil 96)

Calculer  $B$  et  $C$ , en donnant le résultat sous la forme  $m\sqrt{p}$ , où  $m$  et  $p$  sont des nombres entiers,  $p$  étant le plus petit possible :

$$B = 7\sqrt{15} \times 2\sqrt{35} \times \sqrt{3} \quad ; \quad C = (2 - 3\sqrt{5})(15 + 2\sqrt{5}).$$

**Exercice 12 :** (Afrique 96)

On donne les nombres :  $A = 2\sqrt{5} + 3$  et  $B = 2\sqrt{5} - 3$ .

Calculer le carré  $A^2$  en donnant le résultat sous la forme  $a\sqrt{5} + b$ , avec  $a$  et  $b$  entiers, puis calculer le produit  $A \times B$  en donnant le résultat sous la forme d'un nombre entier.

**Exercice 13 :** (Grenoble 96)

On donne :  $A = (\sqrt{2} - \sqrt{5})^2$  et  $B = \sqrt{250} - \sqrt{490} + 2\sqrt{81}$ .

1) Ecrire  $A$  et  $B$  sous la forme,  $a + b\sqrt{c}$ ,  $a$ ,  $b$  et  $c$  étant des entiers relatifs.

2) En déduire que  $A - B$  est un nombre entier relatif.

**Exercice 14 :** (Caen 97)

Ecrire sous la forme  $a\sqrt{b}$  ( $a$  et  $b$  désignant des entiers) l'expression suivante :

$$D = -4\sqrt{18} + \sqrt{128} - 3\sqrt{32}$$

**Exercice 15 :** (Limoges 97)

Ecrire sous la forme  $a\sqrt{b}$  avec  $a$  et  $b$  nombres entiers,  $b$  le plus petit possible :

$$C = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{48} + 2\sqrt{27} \quad \text{et} \quad D = (\sqrt{2} + 3)^2 - 11.$$

**Exercice 16 :** (Japon 97)

Calculer les nombres suivants (on demande des valeurs exactes les plus simples possibles et non des valeurs approchées) :

$$E = \sqrt{16} + \sqrt{9} - \sqrt{25} \quad ; \quad F = 4\sqrt{2} \times \sqrt{90} \quad (\text{en fonction de } \sqrt{5} \text{ });$$

$$G = (\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 \quad (\text{en fonction de } \sqrt{2} \text{ }).$$

**Exercice 17 :** (Rouen 97)

On pose :  $C = 3\sqrt{54} + 2\sqrt{24} - 5\sqrt{96}$ .



Ecrire  $C$  sous la forme  $a\sqrt{b}$  où  $a$  et  $b$  sont des entiers et  $b$  le plus petit possible.

**Exercice 18 :** ( Paris 97 )

Calculer  $D$  et  $E$  ; on donnera les résultats sous la forme  $m\sqrt{p}$ , où  $m$  et  $p$  sont des nombres entiers :

$$D = 2\sqrt{32} - \sqrt{50} \quad ; \quad E = \sqrt{15} \times \sqrt{10} .$$

**Exercice 19 :** ( Rennes 97 )

Sans utiliser les valeurs approchées, montrer que trois de ces nombres sont égaux :

$$A = \sqrt{5} + \sqrt{5} \quad ; \quad B = \frac{\sqrt{500}}{5} \quad ; \quad C = 2\sqrt{5} \sqrt{5} \quad ; \quad D = \sqrt{20} \quad ; \quad E = \sqrt{5+5} .$$

**Exercice 20 :** ( Poitiers 97 )

$$C = (3 - \sqrt{5})^2 - 2(1 - \sqrt{45}) .$$

Prouver que  $C$  est un nombre entier.

**Exercice 21 :** ( Amiens 97 )

$$\text{On donne : } I = 3 + \sqrt{11} \text{ et } J = 3 - \sqrt{11} .$$

Calculer  $I^2$  et  $J^2$  ( Chaque résultat sera donné sous la forme d'une valeur exacte la plus simple possible ).

**Exercice 22 :** ( Aix 98 )

Calculer :  $B = \sqrt{200} - 4\sqrt{3} \times \sqrt{6}$  (  $B$  doit être écrit sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où  $a$  et  $b$  sont des entiers,  $b$  étant le plus petit possible ).

**Exercice 23 :** ( Polynésie 98 )

1. Écrire  $\sqrt{32}$  et  $\sqrt{72}$  sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où  $a$  et  $b$  sont des entiers.

2. On donne les résultats suivants :  $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$  et  $\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$ .

Écrire le nombre  $C = 5\sqrt{32} - 3\sqrt{72}$  sous la forme  $c\sqrt{2}$ , où  $c$  est un entier.

**Exercice 24 :** ( Maroc 98 )

$$\text{On considère les nombres : } C = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12} \quad D = \sqrt{75} + \sqrt{48} - 7\sqrt{3}$$

Montrer, en détaillant le calcul, que  $\frac{C}{D}$  est un nombre entier.

**Exercice 25 :** ( Caen 98 )

Ecrire les expressions  $D$  et  $E$  sous la forme  $a + b\sqrt{3}$ , où  $a$  et  $b$  sont des entiers :

$$D = \sqrt{81} + 7\sqrt{3} - \sqrt{27} \quad ; \quad E = \sqrt{3}(5 - \sqrt{3}) - (\sqrt{3} + 3)$$

**Exercice 26 :** ( Grenoble 98 )

$$1. \text{ Soit le nombre } A = \sqrt{500} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{20}$$

Montrer que  $A$  peut se mettre sous la forme  $a\sqrt{5}$ , où  $a$  est un nombre entier.

$$2. \text{ Développer et réduire } B = (5 + \sqrt{2})^2 .$$

**Exercice 27 :** ( Limoges 98 )

On considère deux nombres  $C$  et  $D$  :

$$C = 3\sqrt{12} + \sqrt{27} \quad D = (2\sqrt{3} - 3)^2$$

Écrire  $C$  sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où  $a$  et  $b$  sont des entiers,  $b$  étant le plus petit possible.

Écrire  $D$  sous la forme  $p + q\sqrt{3}$ , où  $p$  et  $q$  sont des entiers.

**Exercice 28 :** ( Nantes 98 )

1. Écrire  $\sqrt{75}$  sous la forme  $a\sqrt{3}$ , où  $a$  désigne un nombre entier.

2. Calculer  $(\sqrt{3} - 1)^2$ . Mettre le résultat sous la forme  $x + y\sqrt{3}$ , où  $x$  et  $y$  désignent deux nombres entiers.

**Exercice 29 :** ( Polynésie 99 )

Écrire  $D$  sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où  $a$  et  $b$  sont des nombres entiers,  $b$  étant le plus petit possible.

$$D = 3\sqrt{28} - \sqrt{7}$$



### Exercice 30 : ( Antilles 99 )

Écrire les expressions suivantes sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible.

$$D = \sqrt{6} \times \sqrt{42}$$

$$E = 2\sqrt{18} - 3\sqrt{50} + 100\sqrt{2}$$

### Exercice 31 : ( Asie 99 )

On donne :  $C = \sqrt{12}$   $D = \sqrt{27}$  et  $E = \sqrt{20}$

1. Exprimer C, D et E sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

2. Calculer  $C \times D$ .

3. Calculer  $C + D$  et  $C \times E$ , donner le résultat sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où a et b sont des nombres entiers, b étant le plus petit possible.

### Exercice 32 : ( Inde 99 )

Écrire les nombres C et D sous la forme  $a\sqrt{b}$  la plus simple possible.

$$C = 7\sqrt{3} - 3\sqrt{48} + 5\sqrt{12} \quad ; \quad D = \sqrt{\frac{5}{27}} \times \sqrt{3}$$

### Exercice 33 : ( Besançon 99 )

Calculer D et E et donner les résultats sous forme  $a\sqrt{b}$ , où a et b sont des nombres entiers avec b le plus petit possible :

$$D = 2\sqrt{12} - 5\sqrt{27} + 7\sqrt{75} \quad \text{et} \quad E = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - 5$$

### Exercice 34 : ( Réunion 99 )

Effectuer les calculs suivants (si le résultat n'est pas un nombre entier, on donnera le résultat sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible) :

$$A = \sqrt{36+64} \quad B = (6\sqrt{2})^2 + 3 \quad C = (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1) \quad D = \sqrt{15} \times \sqrt{10}$$

$$E = 2\sqrt{27} - \sqrt{12}$$

### Exercice 35 : ( Grenoble 99 )

1. On considère les nombres :

$$B = 4\sqrt{3} - 2 \quad C = 2\sqrt{27} + 3$$

2. Calculer  $B + C$ , puis  $B^2$  (on donnera chaque résultat sous la forme  $a + b\sqrt{3}$ , où a et b sont des nombres entiers).

### Exercice 36 : ( Lille 99 )

1. Mettre sous la forme  $a + b\sqrt{6}$  l'expression :

$$B = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$$

3. Mettre sous la forme  $a\sqrt{b}$  l'expression :

$$C = \sqrt{7} - 7\sqrt{700} + \sqrt{28}$$

### Exercice 37 : ( Aix 99 )

On donne :  $B = 7\sqrt{75} - 5\sqrt{27} + 4\sqrt{48}$

Écrire B sous la forme  $b\sqrt{3}$ , où b est un nombre entier.

# A SUIVRE

