

THEME 8

SYSTEME D'EQUATIONS EXERCICE (DIFFICILE) CORRIGE

J'ai, à présent, 3 fois l'âge que tu avais quand j'avais l'âge que tu as maintenant.
Quand tu auras l'âge que j'ai maintenant, nous aurons ensemble 35 ans .
Quel est l'âge de chacun ?

Concours d'entrée aux PTT en 1967

Soit x l'âge que j'ai (actuellement) et y l'âge de la seconde personne.

Remarque : Le fait de dire « ... quand j'avais l'âge que tu as maintenant » permet d'affirmer que la personne qui parle est plus âgée que la seconde personne. ($x > y$)

Commençons par construire un tableau :

	Aujourd'hui	
Moi	x	
Seconde personne	y	

La différence des âges entre les deux personnages $x - y$ est constante à tout moment.

Connaissant mon âge, nous pouvons déterminer l'âge de la seconde personne (plus jeune) en retranchant à mon âge ce nombre ($x - y$). Inversement, à partir de l'âge de la seconde personne, nous pouvons retrouver mon âge, en ajoutant à l'âge de cette personne le nombre ($x - y$).

Reprenons le texte à partir du début

« J'ai, à présent, 3 fois l'âge que tu avais quand j'avais l'âge que tu as maintenant. »

Aujourd'hui, la seconde personne a y années. La phrase « quand j'avais l'âge que tu as maintenant. » signifie « quand j'avais y années » .

	« Hier »	Aujourd'hui	
Moi	y	x	
Seconde personne		y	

Lorsque j'avais donc y années, le second personnage avait (la différence d'âges étant de ($x - y$)):

$$y - (x - y) = y - x + y = 2y - x$$

Inscrivons ce nombre dans le tableau.

	« Hier »	Aujourd'hui	

Moi	y	x	
Seconde personne	2y - x	y	

Reprenons maintenant le début de la première phrase : « J'ai, à présent, 3 fois l'âge que tu avais »
 Nous savons donc, qu'aujourd'hui, mon âge (noté x) est égal à 3 fois l'âge que la personne avait « hier ».

	« Hier »	Aujourd'hui	
Moi	y	x	
Seconde personne	2y - x	y	

Donc

$$x = 3(2y - x)$$

L'âge que tu avais

Mon âge

Traduisons maintenant la seconde phrase.

« Quand tu auras l'âge que j'ai maintenant, nous aurons ensemble 35 ans. »

Nous nous plaçons à une époque où la seconde personne a pour âge : x années.

	« Hier »	Aujourd'hui	« Demain »
Moi	y	x	
Seconde personne	2y - x	y	x

Comme l'écart entre les âges des deux personnes est constant et a pour valeur (x - y), mon âge est égale à :

$$x + (x - y) = x + x - y = 2x - y$$

Inscrivons ce résultat dans le tableau.

	« Hier »	Aujourd'hui	« Demain »
Moi	y	x	2x - y
Seconde personne	2y - x	y	x

La somme des âges est, d'après le texte, égale à 35. Nous avons donc :

$$2x - y + x = 3x - y$$

Regroupons les deux équations pour former un système.

$$\begin{cases} x = 3(2y - x) \\ 3x - y = 35 \end{cases}$$

Nous avons successivement :

$$\begin{cases} x = 6y - 3x \\ 3x - y = 35 \end{cases}$$

A ce stade, une méthode par substitution permettrait de résoudre le système.

$$\begin{cases} 4x - 6y = 0 \\ 3x - y = 35 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 3x - y = 35 \end{cases}$$

Simplification par 2

La résolution de ce système, en utilisant la méthode par addition (multiplication par 3 des deux membres de la seconde équation) nous conduit à :

$$x = 15 \text{ et } y = 10$$

Mon âge actuel est 15 ans et l'âge de la seconde personne est 10 ans.

Vérification :

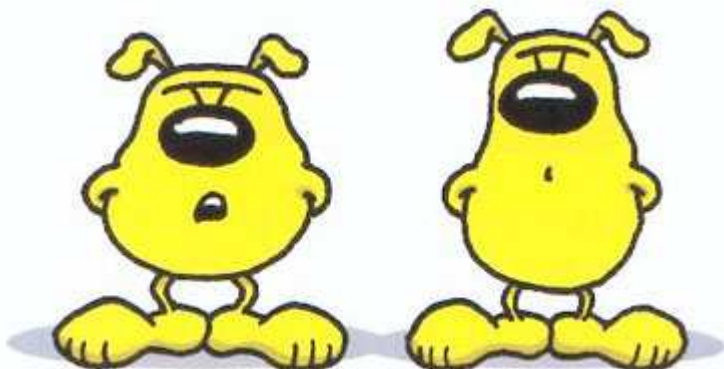
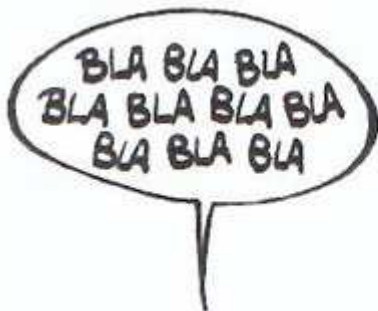
	« Hier »	Aujourd'hui	« Demain »
Moi	10	15	20
Seconde personne	5	10	15

Différence d'âge:
5 ans

J'ai, à présent 3 fois l'âge que tu avais quand j'avais l'âge que tu as maintenant.
J'ai 15 ans et toi 10 ans. Quand j'avais ton âge, c'est à dire 10 ans, tu avais 5 ans.
Alors mon âge actuel (15 ans) est le triple de ton âge de cette période (5 ans)

$$15 = 3 \times 5$$

Quand tu auras l'âge que j'ai maintenant, nous aurons ensemble 35 ans.
Quand tu auras 15 ans (mon âge actuel), nous aurons ensemble 35 ans
 $15 + 20 = 35$



Dessin *Matyo*