

# THEME 8

## RESOLUTION D'UN SYSTEME EXERCICES CORRIGES

**Exercice 1 :** Brevet des Collèges - Aix - 1996

1) Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 3x - 7y = 18,8 \\ x - 5y = 10 \end{cases}$$

2) Résoudre l'inéquation  $4x - 5 \leq 10x + 1$ . Représenter en couleur les solutions sur une droite graduée.

3) Le nombre 4 vérifie-t-il l'équation  $x^2 - 5x = 4$  ? Indiquer les calculs. On ne cherchera pas à résoudre cette équation.

Solution :

Résolution du système :

$$\begin{cases} 3x - 7y = 18,8 & \text{Equation (1)} \\ x - 5y = 10 & \text{Equation (2)} \end{cases}$$

Multiplions par 3 les deux membres de la seconde équation ( afin d'obtenir devant l'inconnue x le même nombre ).

$$\begin{cases} 3x - 7y = 18,8 \\ x - 5y = 10 \end{cases}$$

$\times 3$

Nous obtenons le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - 7y = 18,8 \\ 3x - 15y = 30 \end{array} \right.$$

Les coefficients de l'inconnue  $x$  sont, ici, identiques. En soustrayant ( colonnes par colonnes ), nous obtenons :

$$3x - 3x - 7y - (-15y) = 18,8 - 30$$

Soit, en reprenant une écriture plus usuelle : ( attention aux parenthèses )

$$3x - 3x - 7y - (-15y) = 18,8 - 30$$

$$\text{Soit } -7y + 15y = 18,8 - 30$$

$$\text{Soit } 8y = -11,2$$

$$\text{Soit } y = \frac{-11,2}{8} = -1,4$$

Il suffit maintenant de remplacer  $y$  par cette valeur (  $-1,4$  ) dans l'équation (2) ( la plus simple si possible )

Nous avons :

$$x - 5y = 10$$

$y = -1,4$

Soit

$$x - 5 \times (-1,4) = 10$$

$$x + 7 = 10$$

$$x = 10 - 7 = 3$$

La réponse est maintenant la suivante :

La solution est ( 3 ; -1,4 )

## 2) Résolution de l'inéquation $4x - 5 \leq 10x + 1$ .

Nous avons :

$$4x - 5 \leq 10x + 1$$

$$4x - 10x \leq 1 + 5$$

$$-6x \leq 6$$

$$x \geq \frac{6}{-6}$$

$$x \geq -1$$

Division par un nombre négatif  
Changement du sens de l'inégalité

## 3) Le nombre 4 vérifie-t-il l'équation $x^2 - 5x = 4$ ?

Considérons le premier membre de cette équation. Remplaçons  $x$  par le nombre 4.

Deux cas peuvent alors se produire :

- Nous obtenons 4 ( comme le deuxième membre de cette écriture ), donc la valeur donnée à  $x$  ( ici 4 ) est donc solution de l'équation .

- Nous n'obtenons pas 4 ( comme le deuxième membre de cette écriture ), donc la valeur donnée à  $x$  ( ici 4 ) n'est pas solution de l'équation .

Nous avons donc :

$$4^2 - 5 \times 4 = 16 - 5 \times 4 = 16 - 20 = -4 \neq 4$$

Donc la valeur 4 n'est pas solution de cette équation

### Exercice 3 : Brevet des Collèges - Nantes - 1995

1) Résoudre le système :

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 7x + 4y = 104 \end{cases}$$

2) Un camion transporte 20 caisses de masses différentes : les unes pèsent 28 kg, les autres 16 kg. Sachant que la masse totale de ces caisses est 416 kg, combien y a-t-il de caisses de chaque catégorie?

### Solution :

► 1) Résolution du système :

Nous avons

$$\times 4 \begin{cases} x + y = 20 \\ 7x + 4y = 104 \end{cases}$$

Nous allons encore ici utiliser une méthode par addition ( méthode par combinaisons linéaires ).

Multiplions, par exemple, les deux membres de la première équation par 4 ( les coefficients de l'inconnue  $y$  seront alors égaux ). Nous obtenons :

$$\begin{cases} 4x + 4y = 80 \\ 7x + 4y = 104 \end{cases}$$

En soustrayant colonnes par colonnes ces deux équations, nous obtenons :

$$\begin{array}{r} 4x + 4y = 80 \\ - \quad 7x + 4y = 104 \end{array}$$

$$4x - 7x + 4y - (+ 4y) = 80 - 104$$

$$4x - 7x + 4y - 4y = 80 - 104$$

$$- 3x = - 24$$

$$x = \frac{-24}{-3} = 8$$

Remplaçons  $x$  par 8 dans la première équation. Nous avons :

$$8 + y = 20$$

$$y = 20 - 8 = 12$$

La solution est ( 8 ; 12 )

### Remarque :

Théoriquement, à ce stade, la seule réponse que nous pouvons apporter est la suivante :

le couple ( 8 ; 12 ) est une éventuelle solution .

Il faudrait vérifier que ce couple est solution des deux équations.

Nous avons :

$$8 + 12 = 20 \text{ donc } ( 8 ; 12 ) \text{ est solution de la première équation.}$$

$$7 \times 8 + 4 \times 12 = 56 + 48 = 104 \text{ donc } ( 8 ; 12 ) \text{ est solution de la deuxième équation.}$$

donc ( 8 ; 12 ) est solution du système.

## ► 2) Résolution du problème :

### ▷ Choix des inconnues :

D'après la question ( « combien y a-t-il de caisses de chaque catégorie? » ), il est demandé de déterminer le nombre de caisses de 28 kg et le nombre de caisses de 16 kg.

Par conséquent, nous allons poser :

Soit  $x$  le nombre de caisses de 28 kg.

Soit  $y$  le nombre de caisses de 16 kg.

### ▷ Mathématisation :

Reprenons les phrases une par une.

La traduction de la phrase « Un camion transporte 20 caisses de masses différentes » est :

$$x + y = 20$$

La traduction de la phrase « Sachant que la masse totale de ces caisses est 416 kg » est :

$$28x + 16y = 416$$

Il y a  $x$  caisses de 28 kg. Donc le poids de ces caisses est  $28 \times x$  soit encore :

$$28x$$

Il y a  $y$  caisses de 16 kg. Donc le poids de ces caisses est  $16 \times y$  soit encore :

$$16y$$

TOTAL

Nous avons donc le système :

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 28x + 16y = 416 \end{cases}$$

### ▷ Résolution du système :

Avant de commencer la résolution, le premier réflexe est de vérifier si ce système est simplifiable.

Les trois coefficients figurant dans la deuxième équation sont divisibles par 4. Nous avons donc :

$$\div 4 \begin{cases} x + y = 20 \\ 7x + 4y = 104 \end{cases}$$

Soit

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 7x + 4y = 104 \end{cases}$$

Nous retrouvons le système donné dans la première question. La solution est donc connue.

C'est le couple ( 8 ; 12 ).

### ▷ Retour au problème :

Il y a 8 caisses de 28 kg et 12 caisses de 16 kg.



## Rédaction

Soit  $x$  le nombre de caisses de 28 kg.

Soit  $y$  le nombre de caisses de 16 kg.

La traduction de la phrase « Un camion transporte 20 caisses de masses différentes » est :

$$x + y = 20$$

La traduction de la phrase « Sachant que la masse totale de ces caisses est 416 kg » est :

$$28x + 16y = 416$$

Nous avons donc le système :

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 28x + 16y = 416 \end{cases}$$

En divisant par 4 les deux membres de la deuxième équation, nous obtenons le système :

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 7x + 4y = 104 \end{cases}$$

Ce système est le système étudié lors de la première question. La solution est ( 8 ; 12 )

Il y a 8 caisses de 28 kg et 12 caisses de 16 kg.