

# THEME 8

## THEOREME DE THALES EXERCICES CORRIGES

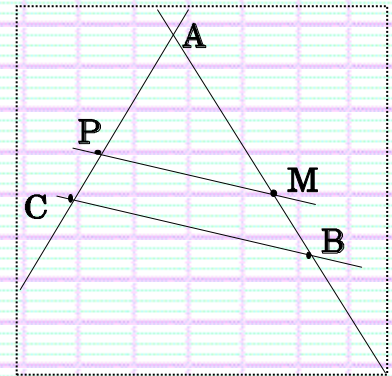


### Exercice 1 :

On sait que les droites (BC) et (MP) sont parallèles. De plus, on a :

$$AP = 4 \quad AM = 5 \quad \text{et} \quad AC = 6.$$

Calculer AB.



### Correction :

Dans les triangles ACB et APM

- $P \in [AC]$
- $M \in [AB]$
- Les droites (PM) et (BC) sont parallèles (hypothèse)

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AP} = \frac{BC}{PM}$$

Soit 
$$\frac{AB}{5} = \frac{6}{4} = \frac{BC}{PM}$$

Calcul de AB :

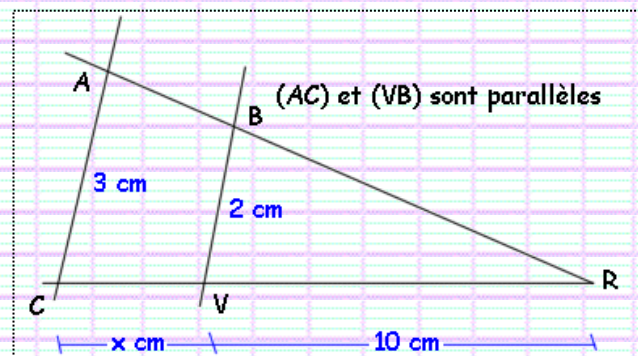
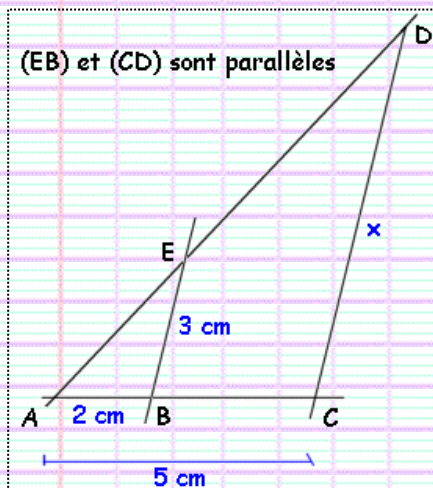
$$\frac{AB}{5} = \frac{6}{4}$$

Donc 
$$AB = \frac{5 \times 6}{4} = \frac{5 \times 3 \times 2}{2 \times 2} = \frac{15}{2} = 7,5$$

**AB = 7,5**

### Exercice 2 :

Dans les deux cas suivants, déterminer la longueur x.



Correction :

Dessin situé à gauche

Dans les triangles ACD et ABE

- $B \in [AC]$
- $E \in [AD]$
- Les droites (BE) et (CD) sont parallèles ( hypothèse )

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE} = \frac{CD}{BE}$$
$$\frac{5}{2} = \frac{AD}{AE} = \frac{x}{3}$$

Calcul de x ( c'est à dire CD ) :

$$\frac{5}{2} = \frac{x}{3}$$

Donc  $\frac{5 \times 3}{2} = x$  soit  $x = \frac{15}{2} = 7,5$

$x = 7,5$

Dessin situé à droite

Dans les triangles RCA et RVB

- $B \in [RA]$
- $V \in [RC]$
- Les droites (AC) et (BV) sont parallèles ( hypothèse )

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{RC}{RV} = \frac{RA}{RB} = \frac{CA}{VB}$$

Soit  $\frac{RC}{10} = \frac{RA}{RB} = \frac{3}{2}$

Calcul de RC :

Nous avons :

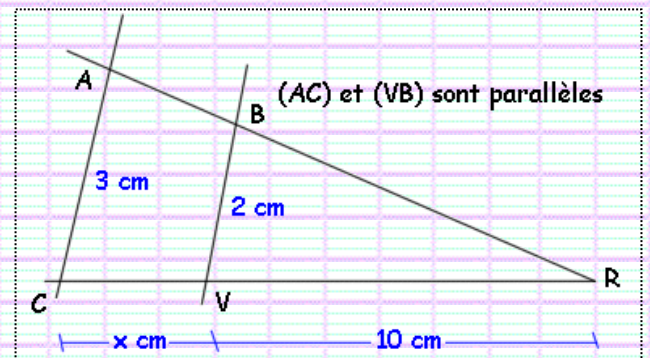
$$\frac{RC}{10} = \frac{3}{2}$$

Soit  $RC = \frac{10 \times 3}{2} = \frac{2 \times 5 \times 3}{2} = 15$

Calcul de x :

$CV = RC - RV = 15 - 10 = 5$

$x = 5$



Exercice 3 :

RST est un triangle rectangle en S tel que  $RS = 8$  cm et  $ST = 6$  cm .

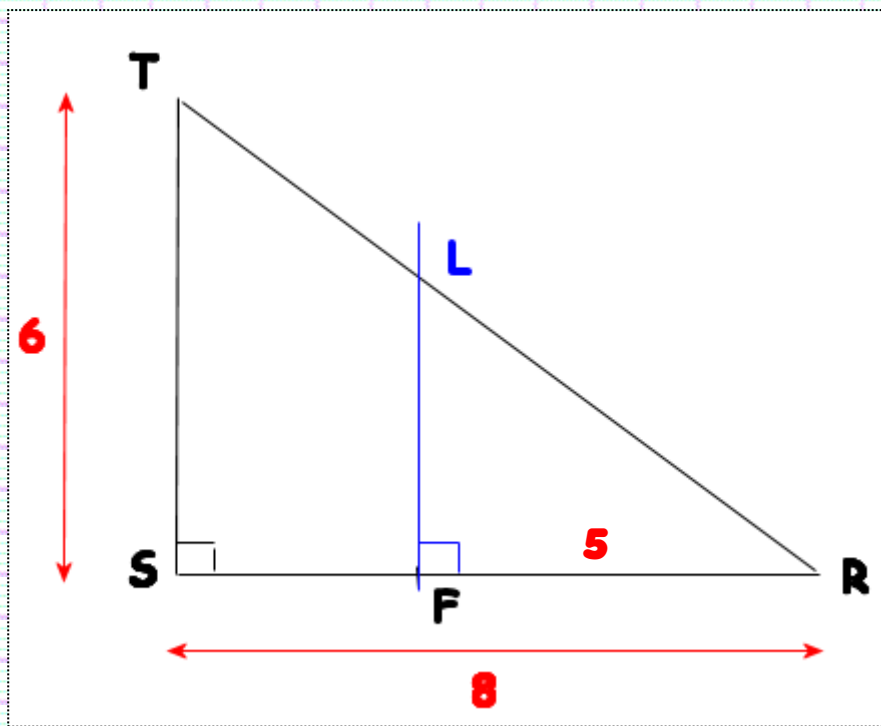
F est le point de [RS] tel que  $RF = 5$  cm.

La droite perpendiculaire à la droite (RS) passant par F coupe [RT] en L.

- Faire un dessin.
- Calculer LF.

Correction :

a) Dessin :



**b) Calcul de LF :**

(ST) est perpendiculaire à (SR) ( le triangle SRT est rectangle en S )

(FL) est perpendiculaire à (SR) ( hypothèse )

donc (ST) et (LF) sont parallèles

Dans les triangles RST et RFL

- $F \in [RS]$
- $L \in [RT]$
- Les droites (ST) et (LF) sont parallèles ( démonstration précédente )

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{RF}{RS} = \frac{RL}{RT} = \frac{FL}{ST}$$

Soit

$$\frac{5}{8} = \frac{RL}{RT} = \frac{FL}{6}$$

Calcul de FL :

$$\frac{5}{8} = \frac{FL}{6}$$

$$\frac{5 \times 6}{8} = FL$$

$$FL = \frac{5 \times 2 \times 3}{2 \times 4} = \frac{5 \times 3}{4} = \frac{15}{4} = 3,75$$

$$FL = \frac{15}{4} = 3,75$$

**Propriété :**

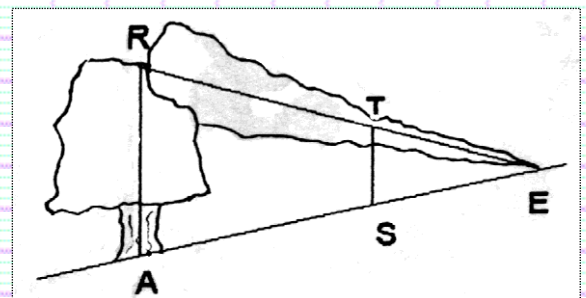
Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors ces deux droites sont parallèles.

**Exercice 4 :**

Un arbre poussant verticalement sur le flanc d'une colline a été cassé en R par la foudre. Sa pointe touche le sol à 12 m du pied. Un bâton ST est placé verticalement.

Quelle était la hauteur totale ( AR + RE ) de l'arbre sachant que :

$$ST = 2\text{ m} , \quad ES = 4\text{ m} \quad \text{et} \quad ET = 5\text{ m}$$



**Correction :**

Dans les triangles ERA et ETS

- $S \in [EA]$
- $T \in [ER]$
- Les droites (ST) et (RA) sont parallèles ( droites verticales )

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{EA}{ES} = \frac{ER}{ET} = \frac{AR}{ST}$$
$$\frac{12}{4} = \frac{ER}{5} = \frac{AR}{2}$$

▷ Calcul de ER :

$$\frac{12}{4} = \frac{ER}{5}$$
$$\frac{12 \times 5}{4} = ER \text{ et donc } ER = \frac{3 \times 4 \times 5}{4} = 15$$

▷ Calcul de AR :

$$\frac{12}{4} = \frac{AR}{2}$$
$$\frac{12 \times 2}{4} = AR \text{ et donc } AR = \frac{3 \times 4 \times 2}{4} = 6$$

▷ Hauteur de l'arbre :

$$AR + RE = 6 + 15 = 21$$

La hauteur de l'arbre était de 21 m

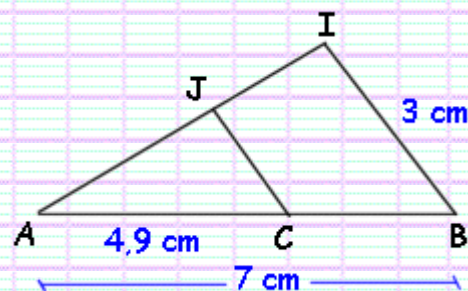
### Exercice 5 : Brevet des Collèges - Poitiers - 1997

Sur la figure ci-contre :

$AB = 7 \text{ cm}$  ;  $AC = 4,9 \text{ cm}$  ;  $IB = 3 \text{ cm}$

Les droites (JC) et (IB) sont parallèles.

Démontrer que le triangle JCB est isocèle.



Correction :

▷ Calcul de CB :

$$CB = AB - AC = 7 - 4,9 = \underline{2,1 \text{ (cm)}}$$

Dans les triangles ABI et ACJ

- $C \in [AB]$
- $J \in [AI]$
- Les droites (JC) et (IB) sont parallèles ( hypothèse )

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AI}{AJ} = \frac{BI}{CJ}$$
$$\frac{7}{4,9} = \frac{AI}{AJ} = \frac{3}{CJ}$$

Soit

▷ Calcul de CJ :

$$\frac{7}{4,9} = \frac{3}{CJ}$$
$$7 \times CJ = 4,9 \times 3 \quad (\text{produit en « croix »})$$
$$CJ = \frac{4,9 \times 3}{7} = \frac{7 \times 0,7 \times 3}{7} = 0,7 \times 3 = 2,1$$

$$CJ = \underline{2,1 \text{ (cm)}}$$

▷ Nature du triangle JCB :

$$CB = CJ = 2,1 \text{ donc}$$

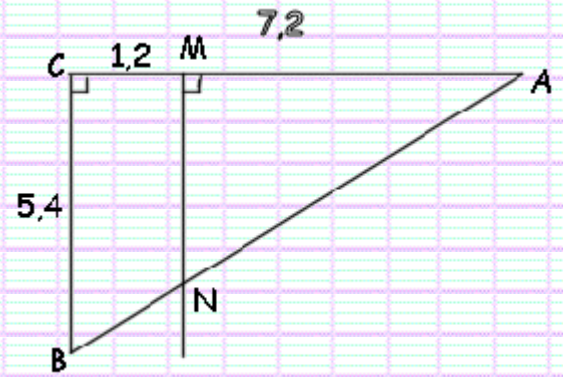
le triangle JCB est isocèle en C

### Exercice 6 :

Soit ABC un triangle rectangle en C tel que  $AC = 7,2$  cm et  $BC = 5,4$  cm.

a) Calculer AB.

b) Soit M un point du segment [AC] tel que  $CM = 1,2$  cm. Par ce point M, on trace la perpendiculaire à la droite (AC). Elle coupe la droite (AB) en N. Calculer MN.



### Correction :

▷ Calcul de AB :

Dans le triangle ABC rectangle en C,

D'après le théorème de Pythagore, nous avons :

$$AB^2 = BC^2 + CA^2$$

$$AB^2 = 5,4^2 + 7,2^2 = 29,16 + 51,84 = 81$$

$$AB = \sqrt{81} = 9$$

$$AB = 9$$

▷ Calcul de MN :

(BC) est perpendiculaire à (AC) ( le triangle ABC est rectangle en C )

(MN) est perpendiculaire à (AC) ( hypothèse )

donc les droites ( BC ) et (MN) sont parallèles.

Dans les triangles ACB et AMN

- $M \in [AC]$
- $N \in [AB]$
- Les droites (BC) et (MN) sont parallèles ( démonstration ci-dessus )

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{CB}$$

Soit

$$\frac{7,2 - 1,2}{7,2} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{5,4}$$

$$\frac{6}{7,2} = \frac{MN}{5,4}$$

$$\frac{6 \times 5,4}{7,2} = MN \text{ donc } MN = 4,5$$

$$MN = 4,5$$

### Exercice 7 :

On considère la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur.

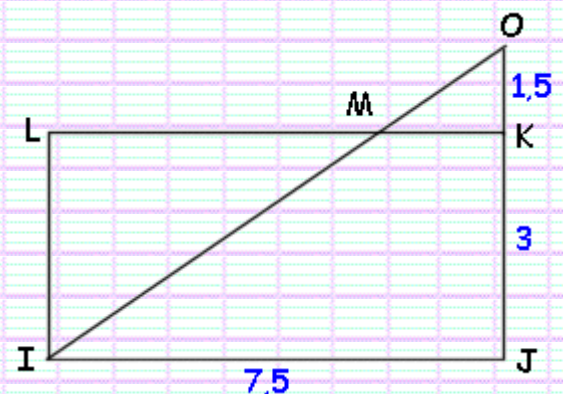
IJKL est un rectangle.

O, M, I sont alignés ainsi que O, K et J.

Les mesures en centimètres sont :

$IJ = 7,5$  ;  $KJ = 3$  et  $OK = 1,5$

Calculer les valeurs exactes de MK et de OI, puis l'arrondi de OI au millimètre près.



Correction :

IJKL est un rectangle.

donc les droites (LK) et (IJ) sont parallèles,

donc les droites (MK) et (IJ) sont parallèles.

▷ Calcul de MK :

Dans les triangles OIJ et OMK

- $M \in [OI]$
- $K \in [OJ]$
- Les droites (MK) et (IJ) sont parallèles ( démonstration ci-dessus )

Donc, d'après le théorème de Thalès, nous avons :

$$\frac{OM}{OI} = \frac{OK}{OJ} = \frac{MK}{IJ}$$

Soit

$$\frac{OM}{OI} = \frac{1,5}{1,5 + 3} = \frac{MK}{7,5}$$

$$\frac{1,5}{4,5} = \frac{MK}{7,5}$$

$$\frac{1,5 \times 7,5}{4,5} = MK \quad \text{et donc}$$

$$MK = 2,5 \quad (\text{cm})$$

▷ Calcul de OI :

IJKL est un rectangle, donc l'angle IJK est un angle droit

Donc le triangle IJO est un triangle rectangle en J

Dans le triangle IJO rectangle en J ;

D'après le théorème de Pythagore, nous avons :

$$OI^2 = IJ^2 + JO^2$$

$$OI^2 = 7,5^2 + (3 + 1,5)^2 = 7,5^2 + 4,5^2 = 56,25 + 20,25 = 76,5$$

$$OI = \sqrt{76,5} \approx 8,7 \quad (\text{cm}) \quad (\text{arrondi au millimètre de } 8,746)$$

$$OI \approx 8,7 \quad (\text{cm})$$

