

# THEME 8

## VITESSE LES FORMULES



### Mouvement uniforme - Vitesse :

Tout objet en mouvement ( voiture, train , piéton , avion , tortue, bille ,... ) est appelé un mobile.

Nous dirons qu'un mobile a un mouvement uniforme ( ou est animé d'un mouvement uniforme ) si ce mobile parcourt des distances égales pendant des durées égales, c'est à dire lorsque la distance parcourue par ce mobile est proportionnelle au temps mis pour parcourir cette distance.

#### Exemple :

Une voiture parcourt en 2 heures, 140 km ; en 3 heures, 210 km et en 5 heures, 350 km.

Durée ( h )	2	3	5
Distance parcourue ( km )	140	210	350

Ce tableau est un tableau de proportionnalité car :

$$\frac{140}{2} = \frac{210}{3} = \frac{350}{5} = 70$$

Le coefficient de proportionnalité ( 70 ) de ce tableau s'appelle la vitesse moyenne de la voiture. Nous dirons que la vitesse de la voiture est de 70 km/h ( kilomètres par heure )

Remarque : Attention, ne pas dire kilomètres-heure, mais kilomètres par heure .

#### Remarque :

Sur une route nationale ( vitesse autorisée : 90 km/h ), un automobiliste est surpris au radar à 120 km/h. Lorsque le gendarme lui dresse le procès-verbal ,l'automobiliste proteste et affirme « Je roule depuis 2 heures et je n'ai parcouru que 160 km. J'ai donc parcouru en 1 heure une distance de 80 km et donc ma vitesse n'est que de 80 km/h !!!

L'automobiliste va-t-il être verbalisé ?

80 km/ h est la vitesse moyenne de l'automobiliste. Mais, dans la réalité, la vitesse varie. L'automobiliste freine, accélère, ne roule jamais à une vitesse constante. S'il désire faire le même parcours ( 160 km ) en deux heures, il suffit de rouler **constamment** à 80 km/h. Lorsque le radar a surpris cet automobiliste, la vitesse était bien de 120 km/h . Le gendarme lui dressera un procès-verbal !



Ne pas confondre vitesse ( moyenne ) et vitesse instantanée.

Il est rare qu'un véhicule ait toujours la même vitesse. Une voiture doit démarrer, accélérer, ralentir, réaccélérer, etc. La vitesse réelle est rarement constante. Cette vitesse qui varie à chaque instant s'appelle la vitesse instantanée.

Nous nous intéresserons non pas à cette vitesse instantanée difficile à étudier car différente à tout moment, mais à une vitesse moyenne qui ne dépend que la distance parcourue entre deux instants.

Par exemple, si une voiture a parcouru 100 km en deux heures, nous dirons que la vitesse moyenne est de 50 km/h .

## Vitesse moyenne :

Reprenons l'exemple exposé ci-dessus .

En appelant  $d$  la distance parcourue pendant une durée égale à  $t$  , nous avons le tableau suivant :

Durée ( h )	2	3	5	$t$
Distance parcourue ( km )	140	210	350	$d$

Le coefficient de proportionnalité de ce tableau ( de proportionnalité ) s'appelle la vitesse ( moyenne ) du mobile . Nous obtenons cette vitesse en effectuant le rapport :  $\frac{d}{t}$

### Définition :

La vitesse moyenne d'un mobile parcourant une distance  $d$  pendant un temps  $t$  est donnée par la formule :

$$v = \frac{d}{t}$$

Cette formule peut également s'écrire :  $d = v \times t$  ou  $t = \frac{d}{v}$



### Propriété :

Lorsque qu'un mobile ( animé d'un mouvement uniforme ) parcourt une distance  $d$  pendant une durée  $t$  à la vitesse constante  $v$  , nous avons :

$$d = v \times t \quad \text{ou} \quad v = \frac{d}{t} \quad \text{ou} \quad t = \frac{d}{v}$$

### Remarque :

La vitesse est donc le quotient d'une distance ( exprimée généralement en kilomètres ou en mètres ) par une durée ( exprimée généralement en heures ou en secondes ) . C'est pourquoi la vitesse est exprimée en kilomètres par heure ( en abrégé km/h ) ou en mètres par seconde ( en abrégé m/s ) ou ....

$$v = \frac{d}{t}$$

distance parcourue

durée du parcours

### Remarque : ( Cf. cours concernant les puissances )

L'écriture  $\frac{a}{b}$  , égale à  $a \times \frac{1}{b}$  , peut s'écrire à l'aide d'une puissance d'exposant négatif  $a \times b^{-1}$

En adoptant ce type d'explication, l'unité de vitesse km/h (  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$  ) se note également km.h<sup>-1</sup> et l'unité m/s se note aussi m.s<sup>-1</sup>

$$90 \text{ km/h} = 90 \text{ km.h}^{-1} \quad \text{et} \quad 10 \text{ m/s} = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

### Remarque :

Nous disposons de trois formules :

- La formule  $v = \frac{d}{t}$  permettra de calculer la vitesse, connaissant la distance parcourue et la durée du parcours .



➤ La formule  $d = v \times t$  permettra de calculer la distance parcourue, connaissant la vitesse et la durée du parcours.

➤ La formule  $t = \frac{d}{v}$  permettra de calculer la durée du parcours, connaissant la distance parcourue et la vitesse.



Formule la plus connue

permettra de calculer la distance parcourue, connaissant la

## Changement d'unités de vitesse :

L'unité principale de distance étant le mètre et l'unité principale de temps étant la seconde, l'unité de vitesse est le mètre par seconde ( m/s )

### Exercice résolu :

Convertir une vitesse de 10 m/s en km/h

#### Méthode 1 :

Dire que la vitesse d'un mobile est 10 m/s signifie que :

En 1 s , le mobile parcourt 10 m

Par suite , puis que nous désirons savoir quelle est la distance parcourue en 1 h, nous pouvons écrire ( 1 h = 3600 s )

En 3600 s , le mobile parcourt 10 x 3600 , soit 36 000 m

C'est à dire :

En 1h , le mobile parcourt 36 000 m

La vitesse du mobile est donc 36000 m/h .

Comme nous cherchons une vitesse en km/h , convertissons 36000m en km. Nous avons :

En 1 h, le mobile parcourt 36 km

La vitesse est donc de **36 km/h**

# LA REDACTION

En 1 s ,	le mobile parcourt	10 m
En 3600 s ,	le mobile parcourt	10 x 3600 , soit 36 000 m
En 1 h ,	le mobile parcourt	36 000 m
En 1 h ,	le mobile parcourt	36 km

La vitesse est donc de **36 km/h**

#### Méthode 2 : Avec un tableau de proportionnalité

Nous avons :

Durée ( en secondes )	1	
Distance parcourue ( en mètres )	10	

La vitesse est  
**10 m/s**  
soit 10 m en 1 s

Il faut préciser les unités. Comme la vitesse est de 10m/s, la durée sera exprimée en secondes et la distance en mètres.

Comme nous souhaitons convertir la vitesse en km/h , cherchons quelle est la distance parcourue en 1 h . Attention cependant, nous ne pouvons pas écrire 1 h dans ce tableau. L'unité de la durée est la seconde . Ecrivons donc 3600 ( 1 h = 3600 s )

Durée ( en secondes )	1	3600
Distance parcourue ( en mètres )	10	x



Nous avons donc

$$1 \cdot x = 10 \cdot 3600 \quad (\text{la multiplication est représentée par un point afin d'éviter toute confusion avec la lettre } x)$$

Par suite  $x = 36000$  (mètres)

En convertissant les mètres en kilomètres, nous obtenons 36 km.

La vitesse est donc 36 km/h

### Exercice résolu :

Convertir une vitesse de 90 km/h en m/s

#### Méthode 1 :

En 1 h , le mobile parcourt 90 km  
En 1 h , le mobile parcourt  $90 \times 1000$  , soit 90 000 m  
En 1 s , le mobile parcourt  $90\,000 : 3600$  , soit 25 m  
En 1 s , le mobile parcourt 25 km  
La vitesse est donc de 25 m/s

Changeons d'abord d'unité de distance. Nous désirons une vitesse en m /s

1 seconde est 3600 fois plus petite qu'une heure. Divisons donc par 3600

#### Méthode 2 : Avec un tableau de proportionnalité

Nous avons :

Durée ( en secondes )	3600	1
Distance parcourue ( en km )	90	x
( en m )	90 000	

Nous désirons une vitesse en m/s.

La distance parcourue peut être exprimé en km ou en m

Nous obtenons :  $3600 \cdot x = 90$  ( si la distance est exprimée en km )

ou  $3600 \cdot x = 90000$  ( si la distance est exprimée en mm )

Soit  $x = \frac{90}{3600}$  ( km ) ou  $x = \frac{90000}{3600}$  ( m )

C'est à dire  $x = 0,025$  ( km ) ou  $x = 25$  ( m )

La vitesse est donc de 25 m/s

### Utilisation des formules :



#### Calcul d'une vitesse :

⇒ Exemple 1 :

Une voiture parcourt 225 km en 3 heures. Quelle est sa vitesse ?

Vitesse ( moyenne ) de la voiture :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{225}{3} = 75 \text{ ( km/h )}$$

Attention aux unités : la distance est exprimée en km , la durée est exprimée en heures, donc la vitesse sera exprimée en km/h



### ⇒ Exemple 2 :

Une voiture parcourt 176 km en 2 h 12 min. Quelle est sa vitesse en km/h ?

Nous allons appliquer la formule utilisée précédemment. La difficulté provient de l'écriture de la durée, exprimée à l'aide de deux unités ( heures et minutes )

#### Méthode 1 : Conversion de la durée en minutes :

Durée du parcours en minutes :

$$2 \text{ h } 12 \text{ min} = 2 \times 60 \text{ min} + 12 \text{ min} = 120 \text{ min} + 12 \text{ min} = 132 \text{ min}$$

Vitesse de la voiture :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{176}{132} = \frac{4 \times 44}{4 \times 33} = \frac{11 \times 4}{11 \times 3} = \frac{4}{3} \text{ (km/min)}$$

La distance est exprimée en km , la durée est exprimée en minutes, donc la vitesse sera exprimée en km/min. N'effectuons pas la division et gardons le résultat exact sous forme fractionnaire.

Vitesse de la voiture ( en km/h ) : ( Conversion km/min en km/h )

En 1 min, la voiture parcourt  $\frac{4}{3}$  km

En 1 heure ( 60 min ) , la voiture parcourt :  $\frac{4}{3} \times 60$  soit  $\frac{4 \times 60}{3} = \frac{4 \times 3 \times 20}{3} = 80 \text{ km}$

La vitesse de la voiture est donc de **80 km/h**

#### Méthode 2 : Conversion de la durée en heures :

Durée du parcours en heures :

Nous savons qu'une heure correspond à 60 min, donc 1 min correspond à  $\frac{1}{60}$  d'heure.

$$2 \text{ h } 12 \text{ min} = 2 \text{ h} + 12 \times \frac{1}{60} \text{ h} = 2 \text{ h} + \frac{12}{60} \text{ h} = \frac{120}{60} \text{ h} + \frac{12}{60} \text{ h} = \frac{132}{60} \text{ h} = \frac{6 \times 22}{6 \times 10} \text{ h} = \frac{2 \times 11}{2 \times 5} \text{ h} = \frac{11}{5} \text{ h}$$

soit ( l'écriture sous forme décimale étant possible ) : 2,2 heures .

Vitesse de la voiture :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{176}{\frac{11}{5}} = 176 \times \frac{5}{11} = \frac{176 \times 5}{11} = \frac{11 \times 16 \times 5}{11} = 16 \times 5 = 80 \quad \left( \text{ou } v = \frac{d}{t} = \frac{176}{2,2} = 80 \right)$$

La distance est exprimée en km , la durée est exprimée en heures, donc la vitesse sera exprimée en km/h.

La vitesse de la voiture est donc de **80 km/h**



### Calcul d'une distance :

#### ⇒ Exemple :

Un cycliste roule à la vitesse moyenne de 21 km/h pendant 3 h 20 min. Quelle distance a-t-il parcourue ?

Le problème rencontré dans l'exemple précédent se repose. La durée est exprimée à l'aide de deux unités ( heures et minutes ).

Nous disposons de deux moyens : soit convertir la durée en minutes, soit convertir la durée en heures. Dans cet exemple, nous choisirons la seconde méthode.



Durée du parcours en heures :

Nous savons qu'une heure correspond à 60 min, donc 1 min correspond à  $\frac{1}{60}$  d'heure.

$$3 \text{ h } 20 \text{ min} = 3 \text{ h} + 20 \times \frac{1}{60} \text{ h} = 3 \text{ h} + \frac{20}{60} \text{ h} = 3 \text{ h} + \frac{1}{3} \text{ h} = \frac{9}{3} \text{ h} + \frac{1}{3} \text{ h} = \frac{10}{3} \text{ h}$$

Attention, il n'y a pas d'écriture décimale de ce résultat.

Distance parcourue :

$$d = v \times t = 21 \times \frac{10}{3} = \frac{21 \times 10}{3} = \frac{3 \times 7 \times 10}{3} = 70 \text{ (km)}$$

La vitesse est exprimée en km/h, la durée est exprimée en heures, donc la distance sera exprimée en km.

Le cycliste a parcouru **70 km/h**



## Calcul d'une durée :

⇒ Exemple :

Un avion vole à une vitesse constante de 900 km/h. Quelle est la durée d'un voyage de 6000 km ?

Durée du parcours en heures :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{6000}{900} = \frac{60 \times 100}{9 \times 100} = \frac{3 \times 20}{3 \times 3} = \frac{20}{3} \text{ h}$$

( Ne pas effectuer. L'écriture décimale de ce résultat n'existe pas ).

Durée du parcours en heures, minutes et éventuellement secondes :

Méthode 1 : ( 1 heure = 60 min )

$$\frac{20}{3} \text{ h} = \frac{18}{3} \text{ h} + \frac{2}{3} \text{ h} = 6 \text{ h} + \frac{2}{3} \text{ h} \quad (6 \text{ est la partie entière de } \frac{20}{3})$$

$$\frac{20}{3} \text{ h} = 6 \text{ h} + \frac{2}{3} \text{ h} = 6 \text{ h} + \frac{2}{3} \times 60 \text{ min} = 6 \text{ h} + \frac{2 \times 60}{3} \text{ min} = 6 \text{ h} + 40 \text{ min}$$

Méthode 2 : ( 1 heure = 60 min )

$$\frac{20}{3} \text{ h} = \frac{20}{3} \times 60 \text{ min} = \frac{20 \times 60}{3} \text{ min} = \frac{20 \times 3 \times 20}{3} \text{ min} = 400 \text{ min}$$

$$400 \text{ min} = 6 \times 60 \text{ min} + 40 \text{ min} = 6 \text{ h} + 40 \text{ min}$$

Le durée du vol est de **6 h 40 min**



## Vitesse moyenne et moyenne des vitesses :

⇒ Exemple :

Un automobiliste fait un aller-retour entre deux villes distantes de 90 km. A l'aller, sa vitesse ( constante ) est de 120 km/h tandis qu'au retour, suite à des bouchons, sa vitesse moyenne n'est que de 60 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet ?

Si nous calculons la moyenne des vitesses, nous obtenons :

$$\frac{120 + 60}{2} = \frac{180}{2} = 90 \text{ (km/h)}$$



Nous allons constater que la vitesse moyenne de cet automobiliste n'est pas 90 km/h, c'est à dire que sa vitesse moyenne sur l'aller-retour n'est pas égale à la moyenne des vitesses !

Durée du parcours à l'aller:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{90}{120} = \frac{9 \times 10}{12 \times 10} = \frac{3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{3}{4} \text{ h (soit 45 min)} \quad \left( \frac{3}{4} \text{ h} = \frac{3}{4} \times 60 \text{ min} = 45 \text{ min} \right)$$

Durée du parcours au retour :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{90}{60} = \frac{9 \times 10}{6 \times 10} = \frac{3 \times 3}{3 \times 2} = \frac{3}{2} \text{ h (soit 1 h 30 min)} \quad \left( \frac{3}{2} \text{ h} = \frac{3}{2} \times 60 \text{ min} = 90 \text{ min} \right)$$

Durée totale du parcours ( aller-retour ) :

$$45 \text{ min} + 1 \text{ h } 30 \text{ min} = 1 \text{ h } 75 \text{ min} = 1 \text{ h} + 1 \text{ h} + 15 \text{ min} = 2 \text{ h} + 15 \text{ min}$$

$$(\text{ ou en minutes } 45 \text{ min} + 90 \text{ min} = 135 \text{ min} )$$

L'automobiliste a donc parcouru  $2 \times 90 \text{ km}$ , soit  $180 \text{ km}$  ( aller-retour ) en  $2 \text{ h } 15 \text{ min}$ . Nous sommes ramenés à un problème étudié précédemment.

Vitesse moyenne du trajet aller-retour :

*Méthode 1 :*

$$v = \frac{d}{t} = \frac{180}{135} = \frac{9 \times 20}{9 \times 15} = \frac{5 \times 4}{5 \times 3} = \frac{4}{3} \text{ km/min}$$

En 1 min, l'automobiliste parcourt  $\frac{4}{3} \text{ km}$ .

En 1 h ( 60 min ), l'automobiliste parcourt  $\frac{4}{3} \times 60 \text{ km}$ , soit  $80 \text{ km}$

La vitesse moyenne de l'aller-retour est donc de **80 km/h** ( et non pas de 90 km/h ).

*Méthode 2 :*

$$2 \text{ h } 15 \text{ min} = 2 \text{ h} + 15 \times \frac{1}{60} \text{ h} = 2 \text{ h} + \frac{15}{60} \text{ h} = 2 \text{ h} + \frac{15 \times 1}{15 \times 4} \text{ h} = 2 \text{ h} + \frac{1}{4} \text{ h} = \frac{8}{4} \text{ h} + \frac{1}{4} \text{ h} = \frac{9}{4} \text{ h} \quad (= 2,25 \text{ h})$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{180}{\frac{9}{4}} = 180 \times \frac{4}{9} = \frac{180 \times 4}{9} = \frac{9 \times 20 \times 4}{9} = 80 \text{ km/h}$$

$$\text{ou } v = \frac{d}{t} = \frac{180}{2,25} = 80 \text{ km/h}$$

La vitesse moyenne de l'aller-retour est donc de **80 km/h**.