

THEME 8

VITESSE

LES FORMULES



Mouvement uniforme - Vitesse :

Tout objet en mouvement (voiture, train , piéton , avion , tortue, bille ,...) est appelé un mobile.

Nous dirons qu'un mobile a un mouvement uniforme (ou est animé d'un mouvement uniforme) si ce mobile parcourt des distances égales pendant des durées égales, c'est à dire lorsque la distance parcourue par ce mobile est proportionnelle au temps mis pour parcourir cette distance.

Exemple :

Une voiture parcourt en 2 heures, 140 km ; en 3 heures, 210 km et en 5 heures, 350 km.

Durée (h)	2	3	5
Distance parcourue (km)	140	210	350

Ce tableau est un tableau de proportionnalité car :

$$\frac{140}{2} = \frac{210}{3} = \frac{350}{5} = 70$$

Le coefficient de proportionnalité (70) de ce tableau s'appelle la vitesse moyenne de la voiture. Nous dirons que la vitesse de la voiture est de 70 km/h (kilomètres par heure)

Remarque : Attention, ne pas dire kilomètres-heure, mais kilomètres par heure .

Remarque :

Sur une route nationale (vitesse autorisée : 90 km/h), un automobiliste est surpris au radar à 120 km/h. Lorsque le gendarme lui dresse le procès-verbal ,l'automobiliste proteste et affirme « Je roule depuis 2 heures et je n'ai parcouru que 160 km. J'ai donc parcouru en 1 heure une distance de 80 km et donc ma vitesse n'est que de 80 km/h !!!

L'automobiliste va-t-il être verbalisé ?

80 km/ h est la vitesse moyenne de l'automobiliste. Mais, dans la réalité, la vitesse varie. L'automobiliste freine, accélère, ne roule jamais à une vitesse constante. S'il désire faire le même parcours (160 km) en deux heures, il suffit de rouler **constamment** à 80 km/h. Lorsque le radar a surpris cet automobiliste, la vitesse était bien de 120 km/h . Le gendarme lui dressera un procès-verbal !



Ne pas confondre vitesse (moyenne) et vitesse instantanée.

Il est rare qu'un véhicule ait toujours la même vitesse. Une voiture doit démarrer, accélérer, ralentir, réaccélérer, etc. La vitesse réelle est rarement constante. Cette vitesse qui varie à chaque instant s'appelle la vitesse instantanée.

Nous nous intéresserons non pas à cette vitesse instantanée difficile à étudier car différente à tout moment, mais à une vitesse moyenne qui ne dépend que la distance parcourue entre deux instants.

Par exemple, si une voiture a parcouru 100 km en deux heures, nous dirons que la vitesse moyenne est de 50 km/h.

Vitesse moyenne :

Reprendons l'exemple exposé ci-dessus.

En appelant d la distance parcourue pendant une durée égale à t , nous avons le tableau suivant :

Durée (h)	2	3	5	t
Distance parcourue (km)	140	210	350	d

Le coefficient de proportionnalité de ce tableau (de proportionnalité) s'appelle la vitesse (moyenne) du mobile. Nous obtenons cette vitesse en effectuant le rapport : $\frac{d}{t}$

Définition :

La vitesse moyenne d'un mobile parcourant une distance d pendant un temps t est donnée par la formule :

$$v = \frac{d}{t}$$

Cette formule peut également s'écrire : $d = v \times t$ ou $t = \frac{d}{v}$



Propriété :

Lorsque qu'un mobile (animé d'un mouvement uniforme) parcourt une distance d pendant une durée t à la vitesse constante v , nous avons :

$$d = v \times t \quad \text{ou} \quad v = \frac{d}{t} \quad \text{ou} \quad t = \frac{d}{v}$$

Remarque :

La vitesse est donc le quotient d'une distance (exprimée généralement en kilomètres ou en mètres) par une durée (exprimée généralement en heures ou en secondes). C'est pourquoi la vitesse est exprimée en kilomètres par heure (en abrégé km/h) ou en mètres par seconde (en abrégé m/s) ou

$$v = \frac{d}{t}$$

distance parcourue

durée du parcours

Remarque : (Cf. cours concernant les puissances)

L'écriture $\frac{a}{b}$, égale à $a \times \frac{1}{b}$, peut s'écrire à l'aide d'une puissance d'exposant négatif $a \times b^{-1}$

En adoptant ce type d'explication, l'unité de vitesse km/h ($\frac{\text{km}}{\text{h}}$) se note également $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ et l'unité m/s se note aussi $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$90 \text{ km/h} = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \quad \text{et} \quad 10 \text{ m/s} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Remarque :

Nous disposons de trois formules :

- La formule $v = \frac{d}{t}$ permettra de calculer la vitesse, connaissant la distance parcourue et la durée du parcours.

Formule la plus connue

- La formule $d = v \times t$ permettra de calculer la distance parcourue, connaissant la vitesse et la durée du parcours .
- La formule $t = \frac{d}{v}$ permettra de calculer la durée du parcours, connaissant la distance parcourue et la vitesse .

Changement d'unités de vitesse :

L'unité principale de distance étant le mètre et l'unité principale de temps étant la seconde, l'unité de vitesse est le mètre par seconde (m/s)

Exercice résolu :

Convertir une vitesse de 10 m/s en km/h

Méthode 1 :

Dire que la vitesse d'un mobile est 10 m/s signifie que :

En 1 s, le mobile parcourt 10 m

Par suite, puisque nous désirons savoir quelle est la distance parcourue en 1 h, nous pouvons écrire (1 h = 3600 s)

En 3600 s, le mobile parcourt 10×3600 , soit 36 000 m

C'est à dire :

En 1 h, le mobile parcourt 36 000 m

La vitesse du mobile est donc 36000 m/h.

Comme nous cherchons une vitesse en km/h, convertissons 36000m en km. Nous avons :

En 1 h, le mobile parcourt 36 km

La vitesse est donc de 36 km/h

LA REDACTION

En 1 s, le mobile parcourt 10 m
En 3600 s, le mobile parcourt 10×3600 , soit 36 000 m
En 1 h, le mobile parcourt 36 000 m
En 1 h, le mobile parcourt 36 km
La vitesse est donc de 36 km/h

Méthode 2 : Avec un tableau de proportionnalité

Nous avons :

Durée (en secondes)	1	
Distance parcourue (en mètres)	10	

La vitesse est
10 m/s
soit 10 m en 1 s

Il faut préciser les unités. Comme la vitesse est de 10m/s, la durée sera exprimée en secondes et la distance en mètres.

Comme nous souhaitons convertir la vitesse en km/h, cherchons quelle est la distance parcourue en 1 h . Attention cependant, nous ne pouvons pas écrire 1 h dans ce tableau. L'unité de la durée est la seconde . Ecrivons donc 3600 (1 h = 3600 s)

Durée (en secondes)	1	3600
Distance parcourue (en mètres)	10	x

Nous avons donc

$$1 \cdot x = 10 \cdot 3600 \quad (\text{la multiplication est représentée par un point afin d'éviter toute confusion avec la lettre } x)$$

Par suite $x = 36000$ (mètres)

En convertissant les mètres en kilomètres, nous obtenons 36 km.

La vitesse est donc 36 km/h



Exercice résolu :

Convertir une vitesse de 90 km/h en m/s

Méthode 1 :

En 1 h ,	le mobile parcourt	90 km
En 1 h ,	le mobile parcourt	90×1000 , soit 90 000 m
En 1 s ,	le mobile parcourt	$90 000 : 3600$, soit 25 m
En 1 s ,	le mobile parcourt	25 km
La vitesse est donc de 25 m/s		

: 3600

Changeons d'abord d'unité de distance. Nous désirons une vitesse en m/s

1 seconde est 3600 fois plus petite qu'une heure. Divisons donc par 3600

Méthode 2 : Avec un tableau de proportionnalité

Nous avons :

Durée (en secondes)	3600	1
Distance parcourue (en km)	90	
(en m)	90 000	x

Nous désirons une vitesse en m/s.

La distance parcourue peut être exprimé en km ou en m

Nous obtenons : $3600 \cdot x = 90$ (si la distance est exprimée en km)

ou $3600 \cdot x = 90000$ (si la distance est exprimée en m)

Soit $x = \frac{90}{3600}$ (km) ou $x = \frac{90000}{3600}$ (m)

C'est à dire $x = 0,025$ (km) ou $x = 25$ (m)

La vitesse est donc de 25 m/s



Utilisation des formules :



Calcul d'une vitesse :

⇒ Exemple 1 :

Une voiture parcourt 225 km en 3 heures. Quelle est sa vitesse ?

Vitesse (moyenne) de la voiture :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{225}{3} = 75 \text{ (km/h)}$$

Attention aux unités : la distance est exprimée en km, la durée est exprimée en heures, donc la vitesse sera exprimée en km/h

⇒ Exemple 2 :

Une voiture parcourt 176 km en 2h 12 min. Quelle est sa vitesse en km/h ?

Nous allons appliquer la formule utilisée précédemment. La difficulté provient de l'écriture de la durée, exprimée à l'aide de deux unités (heures et minutes)

Méthode 1 : Conversion de la durée en minutes :

Durée du parcours en minutes :

$$2 \text{ h } 12 \text{ min} = 2 \times 60 \text{ min} + 12 \text{ min} = 120 \text{ min} + 12 \text{ min} = 132 \text{ min}$$

Vitesse de la voiture :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{176}{132} = \frac{4 \times 44}{4 \times 33} = \frac{11 \times 4}{11 \times 3} = \frac{4}{3} \text{ (km/min)}$$

La distance est exprimée en km, la durée est exprimée en minutes, donc la vitesse sera exprimée en km/min. N'effectuons pas la division et gardons le résultat exact sous forme fractionnaire.

Vitesse de la voiture (en km/h) : (Conversion km/min en km/h)

En 1 min, la voiture parcourt $\frac{4}{3}$ km

En 1 heure (60 min), la voiture parcourt : $\frac{4}{3} \times 60$ soit $\frac{4 \times 60}{3} = \frac{4 \times 3 \times 20}{3} = 80 \text{ km}$

La vitesse de la voiture est donc de 80 km/h

Méthode 2 : Conversion de la durée en heures :

Durée du parcours en heures :

Nous savons qu'une heure correspond à 60 min, donc 1 min correspond à $\frac{1}{60}$ d'heure.

$$2 \text{ h } 12 \text{ min} = 2 \text{ h } + 12 \times \frac{1}{60} \text{ h} = 2 \text{ h } + \frac{12}{60} \text{ h} = \frac{120}{60} \text{ h} + \frac{12}{60} \text{ h} = \frac{132}{60} \text{ h} = \frac{6 \times 22}{6 \times 10} \text{ h} = \frac{2 \times 11}{2 \times 5} \text{ h} = \frac{11}{5} \text{ h}$$

soit (l'écriture sous forme décimale étant possible) : 2,2 heures.

Vitesse de la voiture :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{176}{\frac{11}{5}} = 176 \times \frac{5}{11} = \frac{176 \times 5}{11} = \frac{11 \times 16 \times 5}{11} = 16 \times 5 = 80 \text{ (ou } v = \frac{d}{t} = \frac{176}{2,2} = 80 \text{)}$$

La distance est exprimée en km, la durée est exprimée en heures, donc la vitesse sera exprimée en km/h.

La vitesse de la voiture est donc de 80 km/h



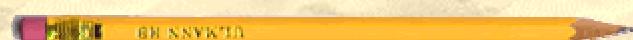
Calcul d'une distance :

⇒ Exemple :

Un cycliste roule à la vitesse moyenne de 21 km/h pendant 3h 20 min. Quelle distance a-t-il parcourue ?

Le problème rencontré dans l'exemple précédent se pose. La durée est exprimée à l'aide de deux unités (heures et minutes).

Nous disposons de deux moyens : soit convertir la durée en minutes, soit convertir la durée en heures. Dans cet exemple, nous choisirons la seconde méthode.



Durée du parcours en heures :

Nous savons qu'une heure correspond à 60 min, donc 1 min correspond à $\frac{1}{60}$ d'heure.

$$3 \text{ h } 20 \text{ min} = 3 \text{ h} + 20 \times \frac{1}{60} \text{ h} = 3 \text{ h} + \frac{20}{60} \text{ h} = 3 \text{ h} + \frac{1}{3} \text{ h} = \frac{9}{3} \text{ h} + \frac{1}{3} \text{ h} = \frac{10}{3} \text{ h}$$

Attention, il n'y a pas d'écriture décimale de ce résultat.

Distance parcourue :

$$d = v \times t = 21 \times \frac{10}{3} = \frac{21 \times 10}{3} = \frac{3 \times 7 \times 10}{3} = 70 \text{ (km)}$$

La vitesse est exprimée en km/h, la durée est exprimée en heures, donc la distance sera exprimée en km.

Le cycliste a parcouru **70 km/h**



Calcul d'une durée :

⇒ Exemple :

Un avion vole à une vitesse constante de 900 km/h. Quelle est la durée d'un voyage de 6000 km ?

Durée du parcours en heures :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{6000}{900} = \frac{60 \times 100}{9 \times 100} = \frac{3 \times 20}{3 \times 3} = \frac{20}{3} \text{ h}$$

(Ne pas effectuer. L'écriture décimale de ce résultat n'existe pas).

Durée du parcours en heures, minutes et éventuellement secondes :

Méthode 1 : (1 heure = 60 min)

$$\frac{20}{3} \text{ h} = \frac{18}{3} \text{ h} + \frac{2}{3} \text{ h} = 6 \text{ h} + \frac{2}{3} \text{ h} \quad (6 \text{ est la partie entière de } \frac{20}{3})$$

$$\frac{20}{3} \text{ h} = 6 \text{ h} + \frac{2}{3} \text{ h} = 6 \text{ h} + \frac{2}{3} \times 60 \text{ min} = 6 \text{ h} + \frac{2 \times 60}{3} \text{ min} = 6 \text{ h} + 40 \text{ min}$$

Méthode 2 : (1 heure = 60 min)

$$\frac{20}{3} \text{ h} = \frac{20}{3} \times 60 \text{ min} = \frac{20 \times 60}{3} \text{ min} = \frac{20 \times 3 \times 20}{3} \text{ min} = 400 \text{ min}$$

$$400 \text{ min} = 6 \times 60 \text{ min} + 40 \text{ min} = 6 \text{ h} + 40 \text{ min}$$

Le durée du vol est de **6 h 40 min**

Vitesse moyenne et moyenne des vitesses :

⇒ Exemple :

Un automobiliste fait un aller-retour entre deux villes distantes de 90 km. A l'aller, sa vitesse (constante) est de 120 km/h tandis qu'au retour, suite à des bouchons, sa vitesse moyenne n'est que de 60 km/h. Quelle est sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet ?

Si nous calculons la moyenne des vitesses, nous obtenons :

$$\frac{120 + 60}{2} = \frac{180}{2} = 90 \text{ (km/h)}$$

Nous allons constater que la vitesse moyenne de cet automobiliste n'est pas 90 km/h, c'est à dire que sa vitesse moyenne sur l'aller-retour n'est pas égale à la moyenne des vitesses !

Durée du parcours à l'aller :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{90}{120} = \frac{9 \times 10}{12 \times 10} = \frac{3 \times 3}{3 \times 4} = \frac{3}{4} \text{ h (soit 45 min)} \quad \left(\frac{3}{4} \text{ h} = \frac{3}{4} \times 60 \text{ min} = 45 \text{ min} \right)$$

Durée du parcours au retour :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{90}{60} = \frac{9 \times 10}{6 \times 10} = \frac{3 \times 3}{3 \times 2} = \frac{3}{2} \text{ h (soit 1 h 30 min)} \quad \left(\frac{3}{2} \text{ h} = \frac{3}{2} \times 60 \text{ min} = 90 \text{ min} \right)$$

Durée totale du parcours (aller-retour) :

$$45 \text{ min} + 1 \text{ h } 30 \text{ min} = 1 \text{ h } 75 \text{ min} = 1 \text{ h } + 1 \text{ h } + 15 \text{ min} = 2 \text{ h } + 15 \text{ min}$$

$$(\text{ou en minutes } 45 \text{ min} + 90 \text{ min} = 135 \text{ min})$$

L'automobiliste a donc parcouru $2 \times 90 \text{ km}$, soit 180 km (aller-retour) en $2 \text{ h } 15 \text{ min}$. Nous sommes ramenés à un problème étudié précédemment.

Vitesse moyenne du trajet aller-retour :

Méthode 1 :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{180}{135} = \frac{9 \times 20}{9 \times 15} = \frac{5 \times 4}{5 \times 3} = \frac{4}{3} \text{ km/min}$$

En 1 min, l'automobiliste parcourt $\frac{4}{3}$ km.

En 1 h (60 min), l'automobiliste parcourt $\frac{4}{3} \times 60 \text{ km}$, soit 80 km

La vitesse moyenne de l'aller-retour est donc de **80 km/h** (et non pas de 90 km/h).

Méthode 2 :

$$2 \text{ h } 15 \text{ min} = 2 \text{ h } + 15 \times \frac{1}{60} \text{ h} = 2 \text{ h } + \frac{15}{60} \text{ h} = 2 \text{ h } + \frac{15 \times 1}{15 \times 4} \text{ h} = 2 \text{ h } + \frac{1}{4} \text{ h} = \frac{8}{4} \text{ h} + \frac{1}{4} \text{ h} = \frac{9}{4} \text{ h} \quad (= 2,25 \text{ h})$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{180}{\frac{9}{4}} = 180 \times \frac{4}{9} = \frac{180 \times 4}{9} = \frac{9 \times 20 \times 4}{9} = 80 \text{ km/h}$$

$$\text{ou } v = \frac{d}{t} = \frac{180}{2,25} = 80 \text{ km/h}$$

La vitesse moyenne de l'aller-retour est donc de **80 km/h**.