THEME 8

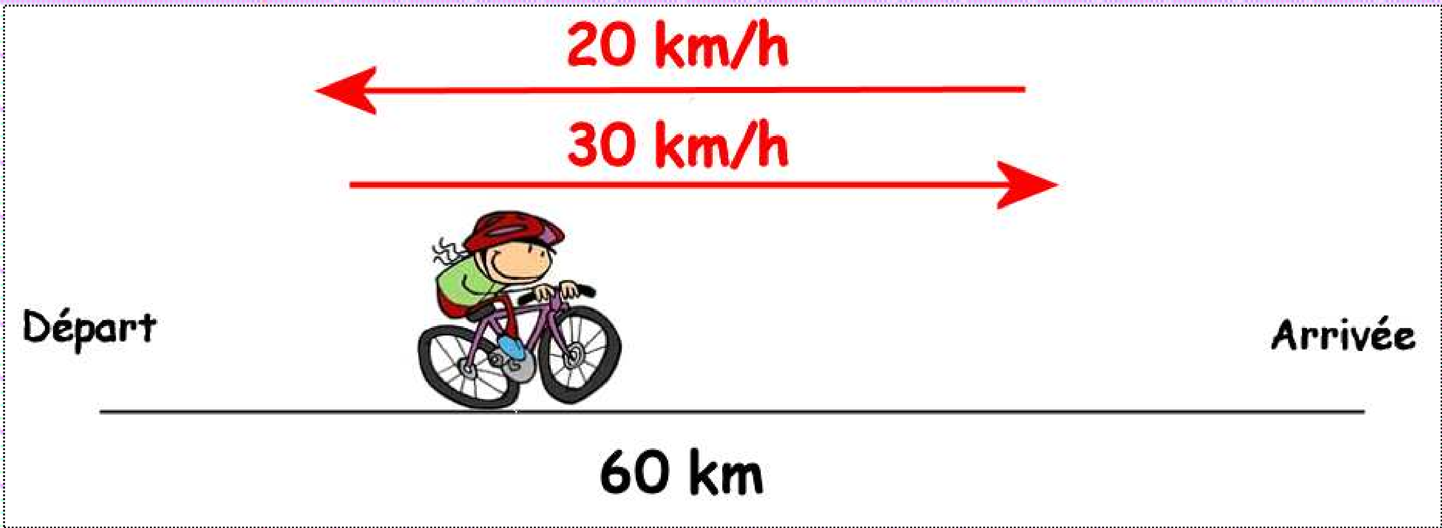
VITESSE
UTILISATION DES FORMULES 2

Exercice 4 :

La vitesse moyenne d'un cycliste est de 30 $km.h^{-1}$ sur un parcours aller de 60 km. Au retour, la vitesse moyenne de ce même cycliste est de 20 $km.h^{-1}$.

1) Quelle est la durée du trajet aller ?
2) Quelle est la durée du trajet retour ?
3) Quelle a été la vitesse moyenne du cycliste sur le trajet aller-retour ?

Solution :



1) Durée du trajet aller :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{60}{30} = 2\,(h)$$

La distance est exprimée en heures, la vitesse en km/h , donc la durée est exprimée en h.

La durée du trajet aller est de 2 heures.

2) Durée du trajet retour :

$$t = \frac{d}{v} = \frac{60}{20} = 3\,(h)$$

La distance est exprimée en heures, la vitesse en km/h , donc la durée est exprimée en h.

La durée du trajet retour est de 3 heures.

3) Vitesse moyenne du cycliste sur le trajet aller-retour :
Le trajet aller-retour est de 120 km (2×60 km)
La durée totale du trajet aller-retour est de

$$2 + 3 = 5\ (h)$$

La vitesse moyenne sur ce trajet est donc :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{120}{5} = 24\,(\text{km/h})$$

La vitesse moyenne sur le trajet aller-retour est de 24 km/h.

Nous pouvons constater, de nouveau, que la vitesse moyenne n'est pas égale à la moyenne des vitesse (25 km/h)

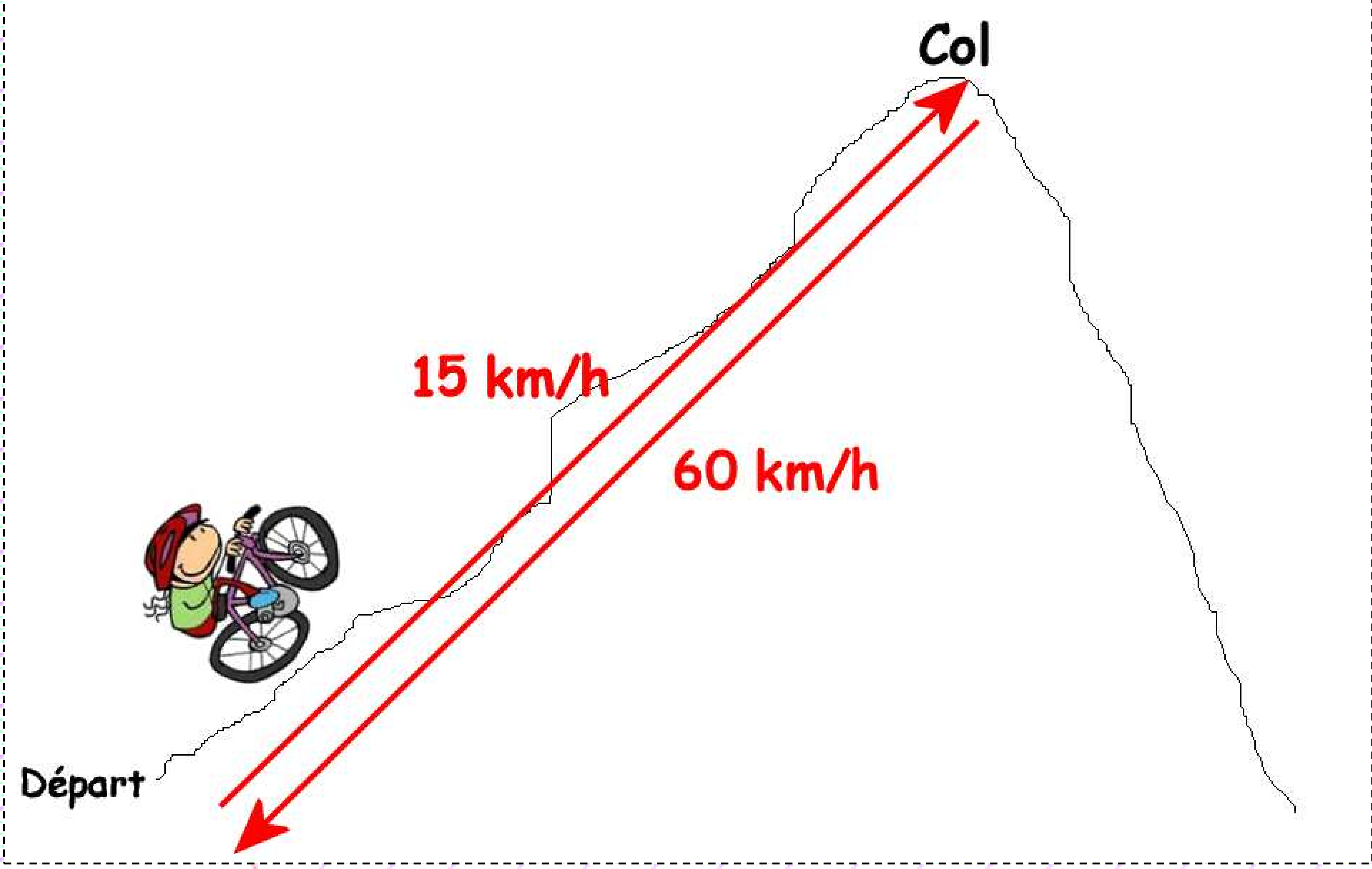
Exercice 5 :

Pour son entraînement en montagne, un cycliste professionnel décide de monter un col.
Il effectue la montée de 12 km à la vitesse de 15 $km.h^{-1}$. Il redescend le col par le même chemin à la vitesse de 60 $km.h^{-1}$.

1) Sachant qu'il est parti à 11 h du pied du col, à quelle heure le cycliste se retrouve-t-il à son point de départ ?

2) Quelle a été sa vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet ?

Solution :



a) Heure du retour du cycliste :

➤ Durée de la montée :

Le cycliste parcourt 12 km à la vitesse de 15 km/h. La durée de ce parcours est donc :

$$t_1 = \frac{d}{v} = \frac{12}{15} = \frac{3 \times 4}{3 \times 5} = \frac{4}{5}\,(h) \quad \text{ou encore } 0{,}8\,h$$

➤ Durée de la descente :

Le cycliste parcourt 12 km à la vitesse de 60 km/h. La durée de ce parcours est donc :

$$t_2 = \frac{d}{v} = \frac{12}{60} = \frac{12\times 1}{12\times 5} = \frac{1}{5}\,(h) \quad \text{ou encore } 0,2\,h$$

➤ <u>Durée de l'aller-retour :</u>

$$t = t_1 + t_2 = \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = \frac{5}{5} = 1\ (h) \qquad (\ \text{ou } 0,8 + 0,2 = 1\ h\ )$$

➤ <u>Heure d'arrivée :</u>

Le cycliste est parti à 11 h. Il reviendra donc à 11 + 1 , soit 12 h (midi)

b) Vitesse moyenne sur l'ensemble du trajet :

Le cycliste a parcouru 12 + 12 , soit 24 km en 1 heure .

Sa vitesse moyenne est donc (La formule est-elle ici utile ? 24 km en 1 heure. Sa vitesse est donc de 24 km/h)

$$v = \frac{d}{t} = \frac{24}{1} = 24\ (km/h)$$

v = 24 km/h

Exercice 6 : L'automobiliste (Amiens 1997)

Un automobiliste roule 15 min à la vitesse de 80 kilomètres par heure, puis 1 heure et 45 minutes à la vitesse de 120 kilomètres par heure.

1) Vérifier par le calcul qu'il parcourt une distance totale de 230 km.

2) Calculer la vitesse moyenne sur cette distance.

Solution :

<u>a) Distance parcourue :</u>

➤ <u>Distance d_1 parcourue pendant la première partie du trajet (vitesse : 80 km/h et durée : 15 min) :</u>

Convertissons 15 minutes en heure décimale . Nous avons :

$$15\,min = 15 \times \frac{1}{60}\,h = \frac{15}{60}\,h = \frac{15\times 1}{15\times 4}\,h = \frac{1}{4}\,h \quad (\text{ ou } 0,25\ h\ ) \qquad (\ 15\ min : \text{un quart d'heure !}\ )$$

La distance d_1 parcourue est donc :

$$d_1 = v \times t = 80 \times \frac{1}{4} = \frac{80}{4} = 20\ (km)$$

➤ <u>Distance d_2 parcourue pendant la deuxième partie du trajet (vitesse : 120 km/h et durée : 1 h 45 min) :</u>

Convertissons 1 h 45 min en heure décimale . Nous avons :

$$1\ h\ 45\ min = 105\ min = 105 \times \frac{1}{60}\,h = \frac{105}{60}\,h = \frac{\cancel{3}\times 35}{\cancel{3}\times 20}\,h = \frac{\cancel{5}\times 7}{\cancel{5}\times 4}\,h = \frac{7}{4}\,h \qquad (\text{ ou } 1,75\ h\ )$$

La distance d_2 parcourue est donc :

$$d_2 = v \times t = 120 \times \frac{7}{4} = \frac{120 \times 7}{4} = \frac{\cancel{4} \times 30 \times 7}{\cancel{4}} = 210\ (km)$$

➤ <u>Distance totale :</u>

$$d = d_1 + d_2 = 20 + 210 = 230\ (km)$$

L'automobiliste parcourt une distance totale de 230 km.

<u>2) Vitesse moyenne sur cette distance :</u>

L'automobiliste parcourt 230 km pendant 2 heures (15 min + 1 h 45 min). La vitesse est donc :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{230}{2} = 115\ (km/h)$$

Exercice 7 :

Un automobiliste et un motard font le même trajet de 80 km. Le premier met 1 h 20 min et le second une demi-heure de moins.

1) Quelle est la vitesse moyenne de l'automobiliste? du motard ?

2) Représenter graphiquement le trajet de l'automobiliste et du motard en fonction de la durée du parcours.

3) Préciser, en vous servant du graphique :

a) Combien de kilomètres l'automobiliste doit-il encore parcourir lorsque le motard arrive ?

b) Combien de temps après le motard l'automobiliste passera-t-il à mi-parcours ?

Solution :

1) Vitesse moyenne de l'automobiliste et du motard :

➤ Vitesse moyenne de l'automobiliste :

L'automobiliste parcourt 80 km en 1 h 20 min.

Convertissons cette durée en heure décimale.

1 h 20 min = 60 min + 20 min = 80 min

$$80\text{ min} = 80 \times \frac{1}{60}\text{ h} = \frac{80}{60}\text{ h} = \frac{8}{6}\text{ h} = \frac{4}{3}\text{ h}$$

Sa vitesse est donc :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{80}{\frac{4}{3}} = 80 \times \frac{3}{4} = \frac{80 \times 3}{4} = \frac{4 \times 20 \times 3}{4} = 60\,(\text{km/h})$$

➤ Vitesse moyenne du motard :

Le motard parcourt 80 km en 50 min (1 h 20 min – 30 min = 50 min)

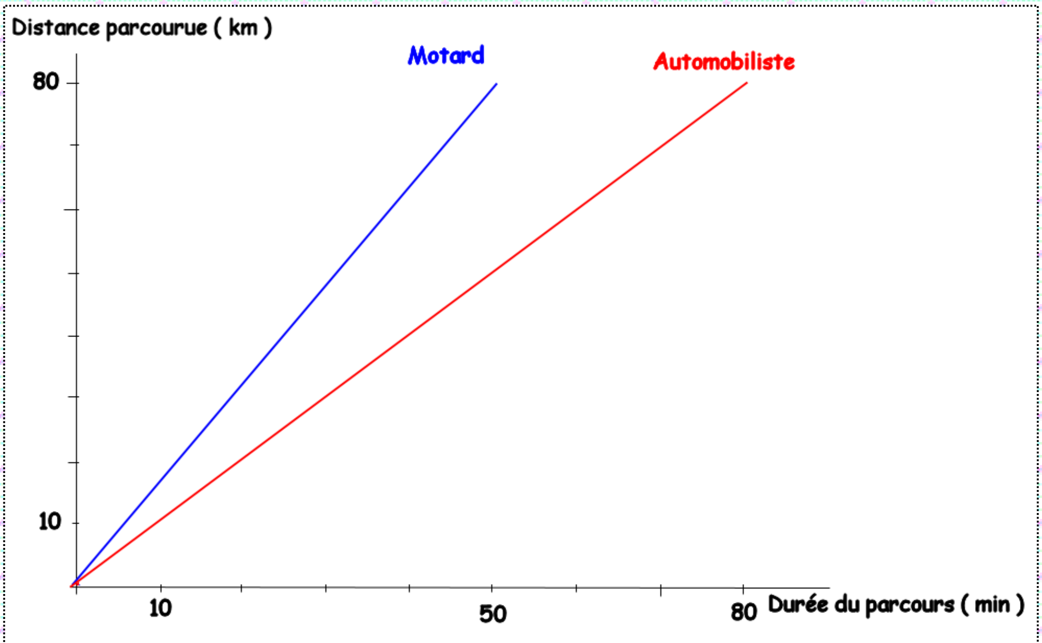
Convertissons cette durée en heure décimale.

$$50\text{ min} = 50 \times \frac{1}{60}\text{ h} = \frac{50}{60}\text{ h} = \frac{5}{6}\text{ h}$$

Sa vitesse est donc :

$$v = \frac{d}{t} = \frac{80}{\frac{5}{6}} = 80 \times \frac{6}{5} = \frac{80 \times 6}{5} = \frac{5 \times 16 \times 6}{5} = 96\,(\text{km/h})$$

2) Représentation graphique du trajet de l'automobiliste et du motard en fonction de la durée du parcours :



3)a) Nombre de kilomètres que l'automobiliste doit encore parcourir lorsque le motard arrive :

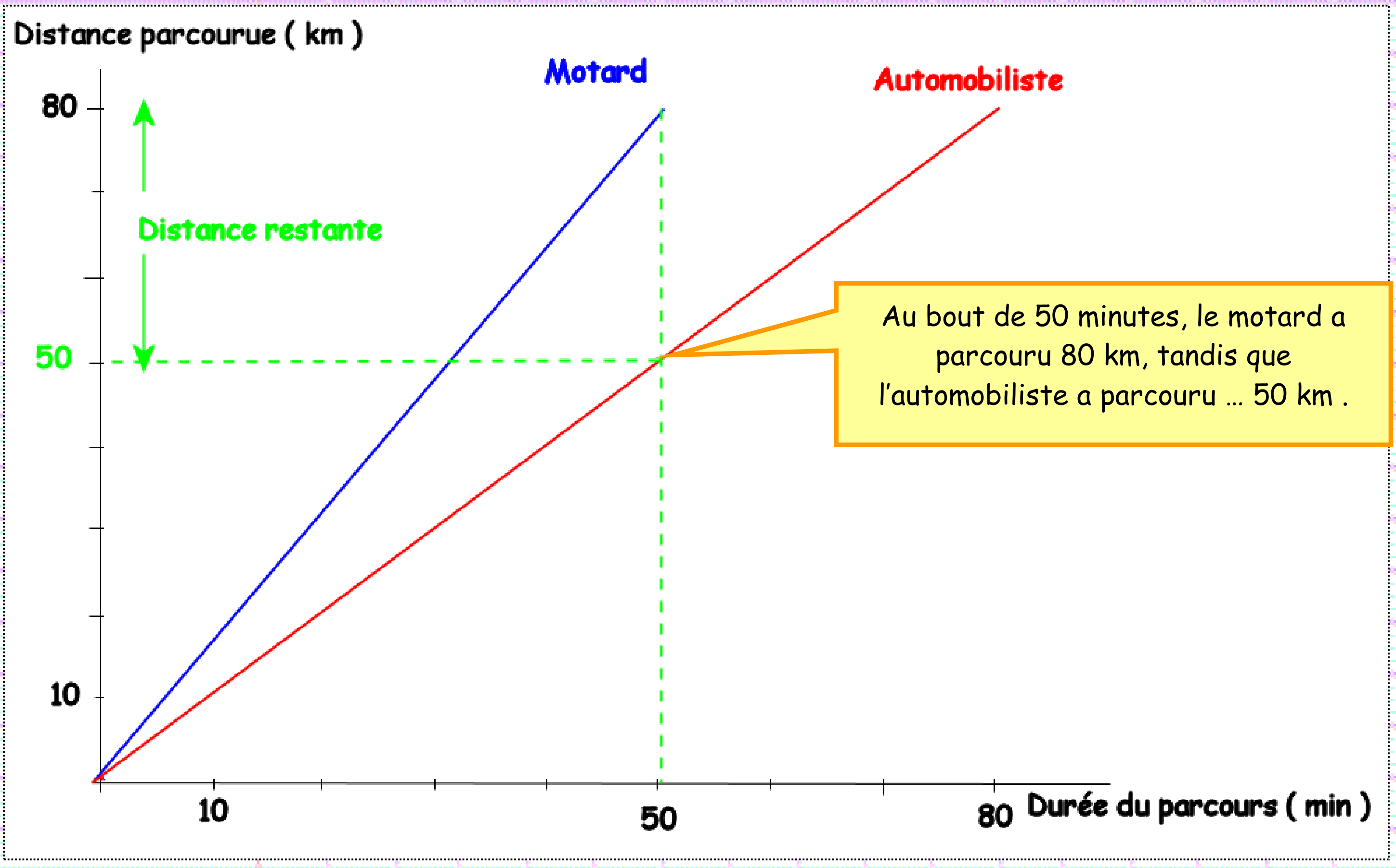
Le motard arrive au bout de 50 minutes.

Traçons une droite parallèle à l'axe des ordonnées (droite « verticale ») passant par le point d'abscisse 50 (min) .

Elle coupe la droite représentant le trajet de l'automobiliste. En traçant une droite passant par ce point et parallèle à l'axe des ordonnées (droite « horizontale »), nous constatons que l'automobiliste aura parcouru , à ce moment, 50 km.

Par conséquent, le nombre de kilomètres que l'automobiliste doit encore parcourir est :

80 – 50 = 30 (km)



Remarque : Et par le calcul ?

Le résultat que nous venons de déterminer, n'est qu'une estimation, une approximation. Le dessin comporte, comme tout graphique, des erreurs de tracés, des imprécisions .

Le motard est arrivé au bout de 50 minutes. Déterminons la distance parcourue par l'automobiliste pendant ces 50 minutes (ou ces $\frac{50}{60}$ d'heure(s)):

La vitesse de l'automobiliste est de 60 km/h (cf. question précédente)

$$d = v \times t = 60 \times \frac{50}{60} = \frac{60 \times 50}{60} = 50 \ \ (\text{km})$$

Il reste donc à l'automobiliste à parcourir :

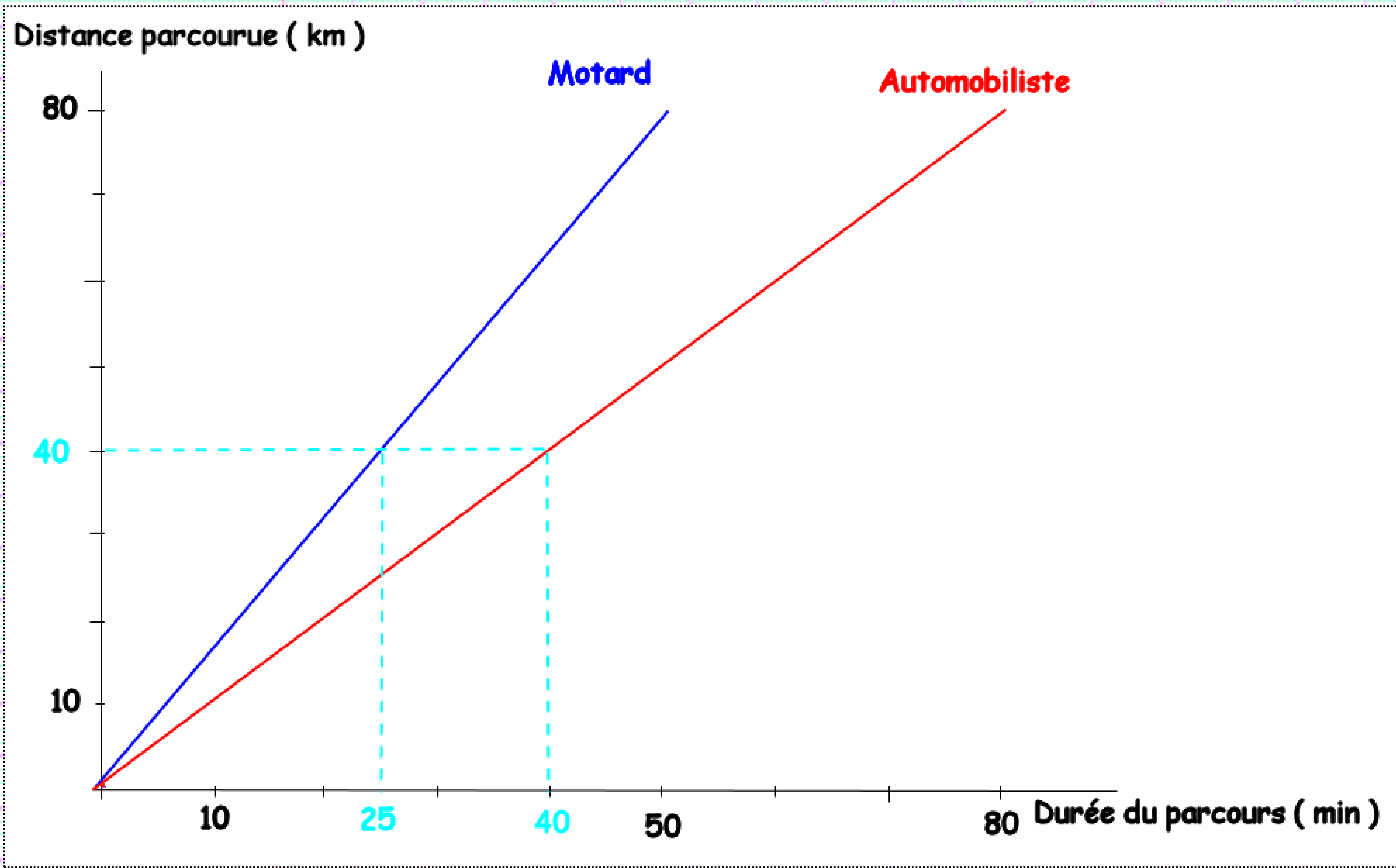
80 – 50 = 30 (km)

b) Combien de temps après le motard l'automobiliste passera-t-il à mi-parcours ?

A mi-parcours signifie ici à 40 km (la moitié de 80 km)

D'après la graphique, le motard sera à mi-parcours au bout de 25 minutes et l'automobiliste, moins rapide, sera à mi-parcours au bout de 40 minutes .

L'automobiliste passera donc à mi-parcours 40 – 25, soit 15 minutes après le motard.



Remarque : Et par le calcul ?

Cas du motard :

Le parcours total de 80 km lui demande 50 minutes. Donc, à vitesse constante, il sera à mi parcours au bout de :

$$\frac{50}{2} = 25 \text{ (min)}$$

Cas de l'automobiliste :

Le parcours total de 80 km lui demande 80 minutes. Donc, à vitesse constante, il sera à mi parcours au bout de :

$$\frac{80}{2} = 40 \text{ (min)}$$

L'automobiliste passera donc à mi-parcours 40 – 25, soit 15 minutes après le motard.

Exercice 8 :

Deux piétons partent à midi de deux points A et B distants de 5 km. Ils vont dans le même sens. Celui qui part de A à une vitesse uniforme de 4 km/h , celui qui part de B a une vitesse uniforme de 2 km/h.

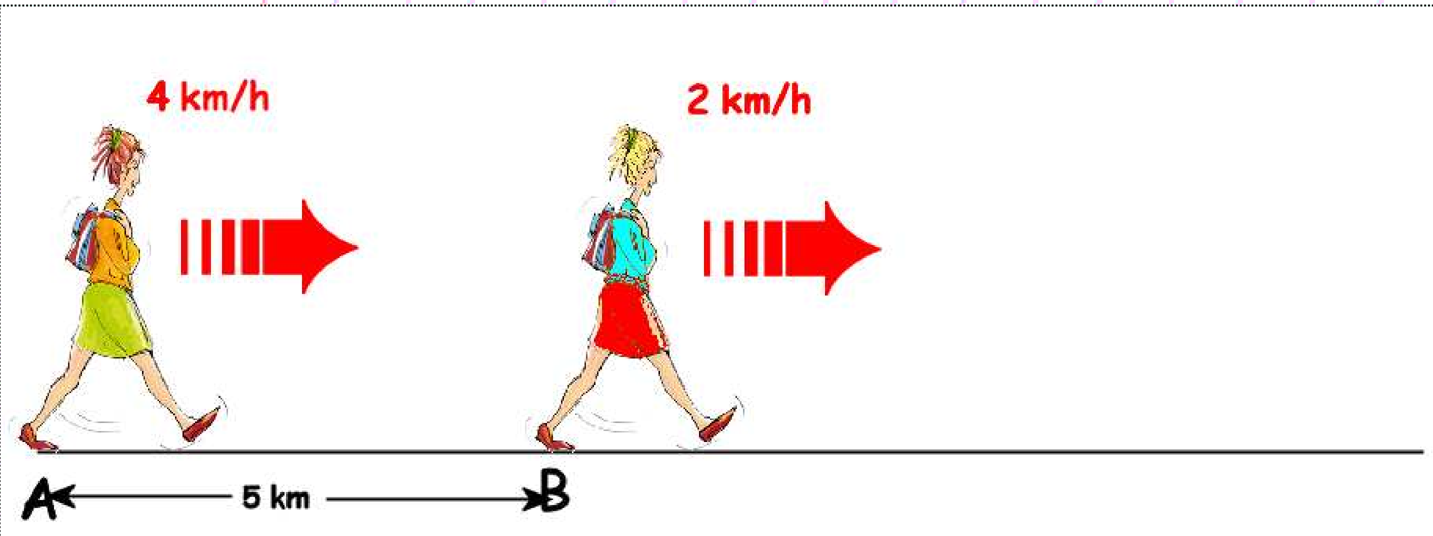
a)Représenter graphiquement le mouvement de ces deux personnages.

b)Quelle sera , d'après le graphique, l'heure de rencontre des deux piétons ?

c)Déterminer graphiquement la distance qui sépare les piétons à 13 h 30 min .

Solution :

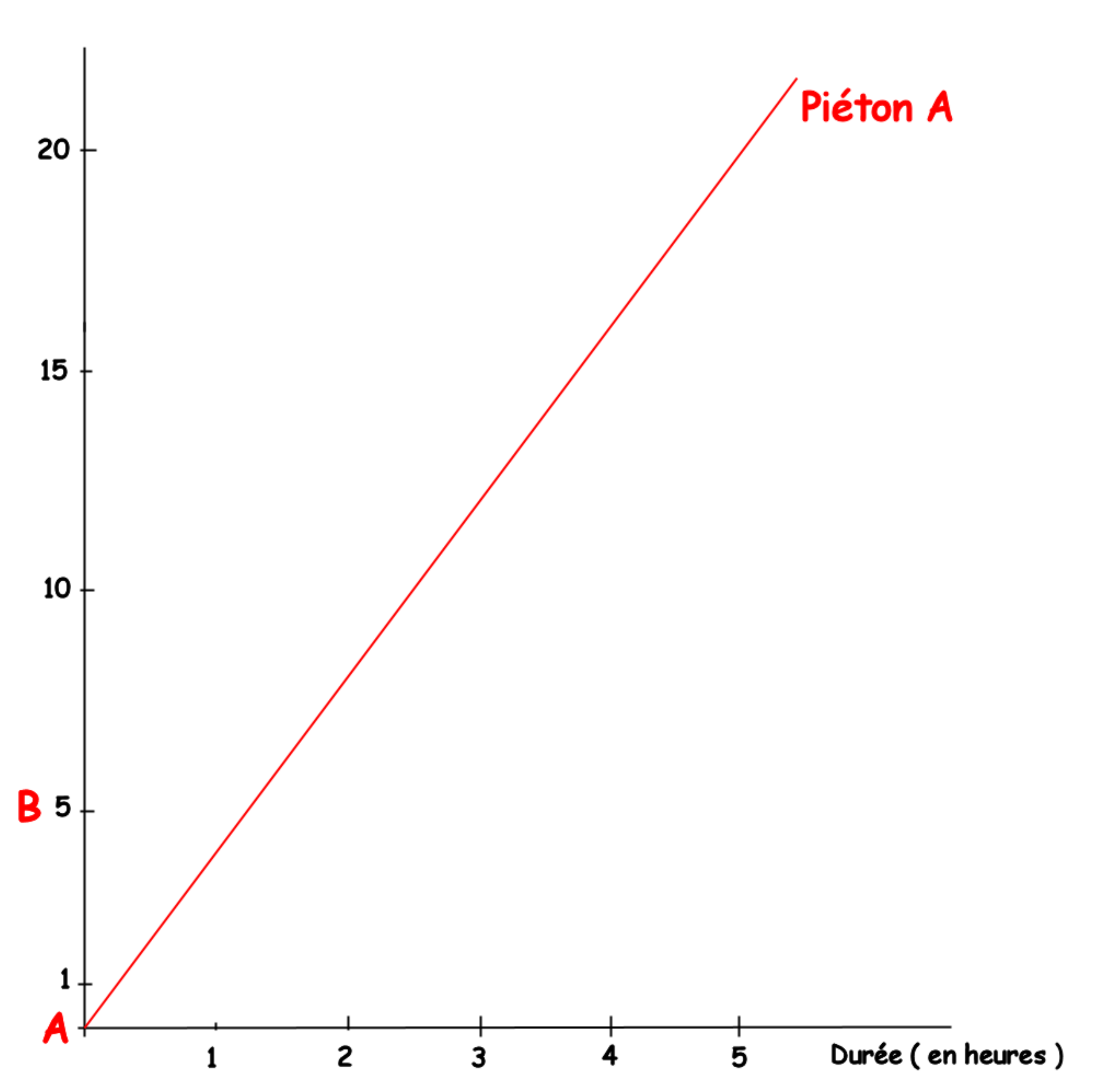
a)Représentation graphique du mouvement des deux personnages :



Piéton partant de A :

Temps (en heures)	0	1	2	3	4
Distance parcourue (en km)	0	4	8	12	16

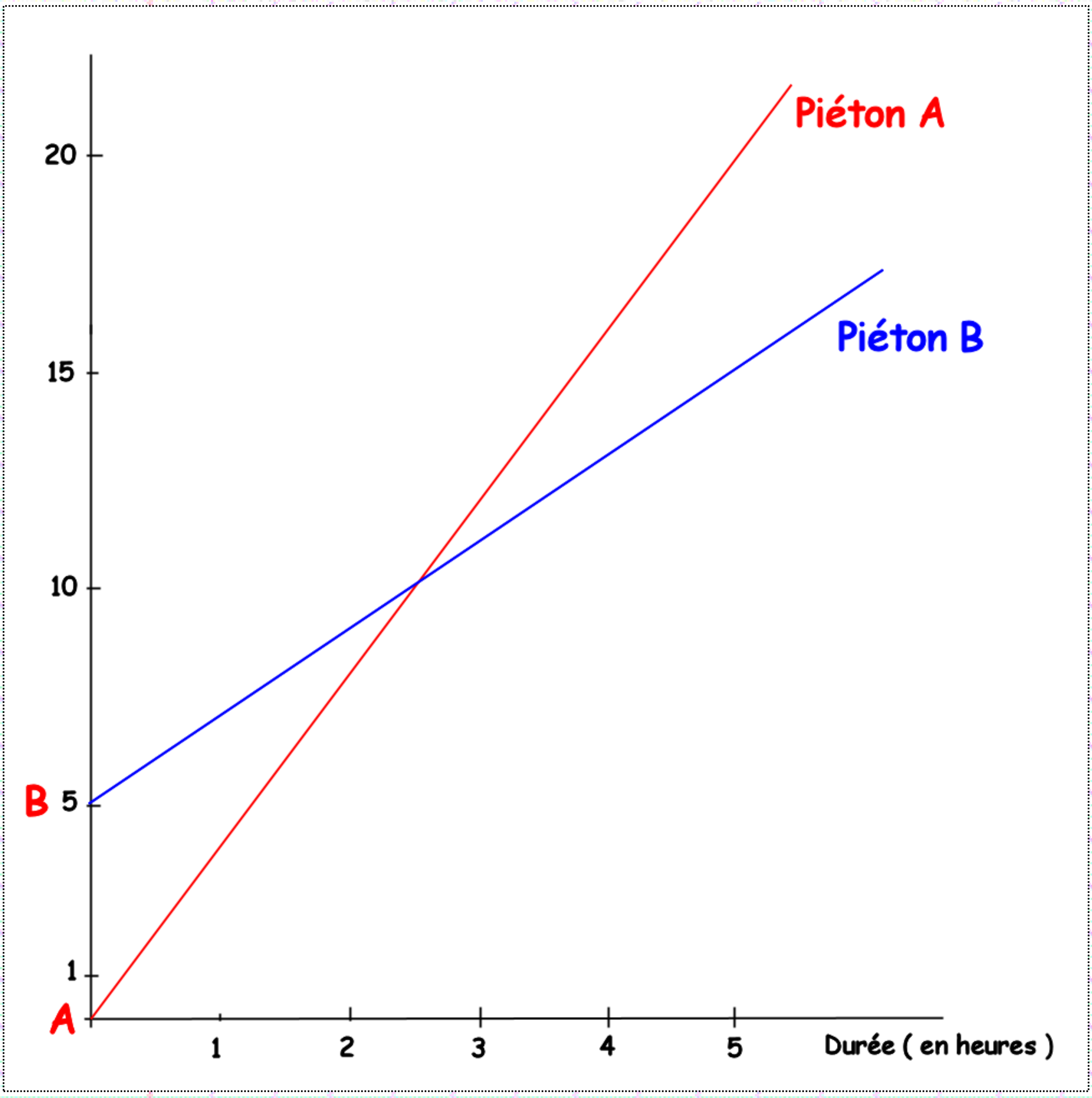
La représentation graphique est une droite passant par l'origine (la distance parcourue étant proportionnelle à la durée)
En reportant sur le graphique les points obtenus à partir du tableau, nous obtenons :



Piéton partant de B :

Temps (en heures)	0	1	2	3	4
A partir de B Distance parcourue (en km)	0	2	4	6	8
A partir de A Distance parcourue (en km)	5	7	9	11	13

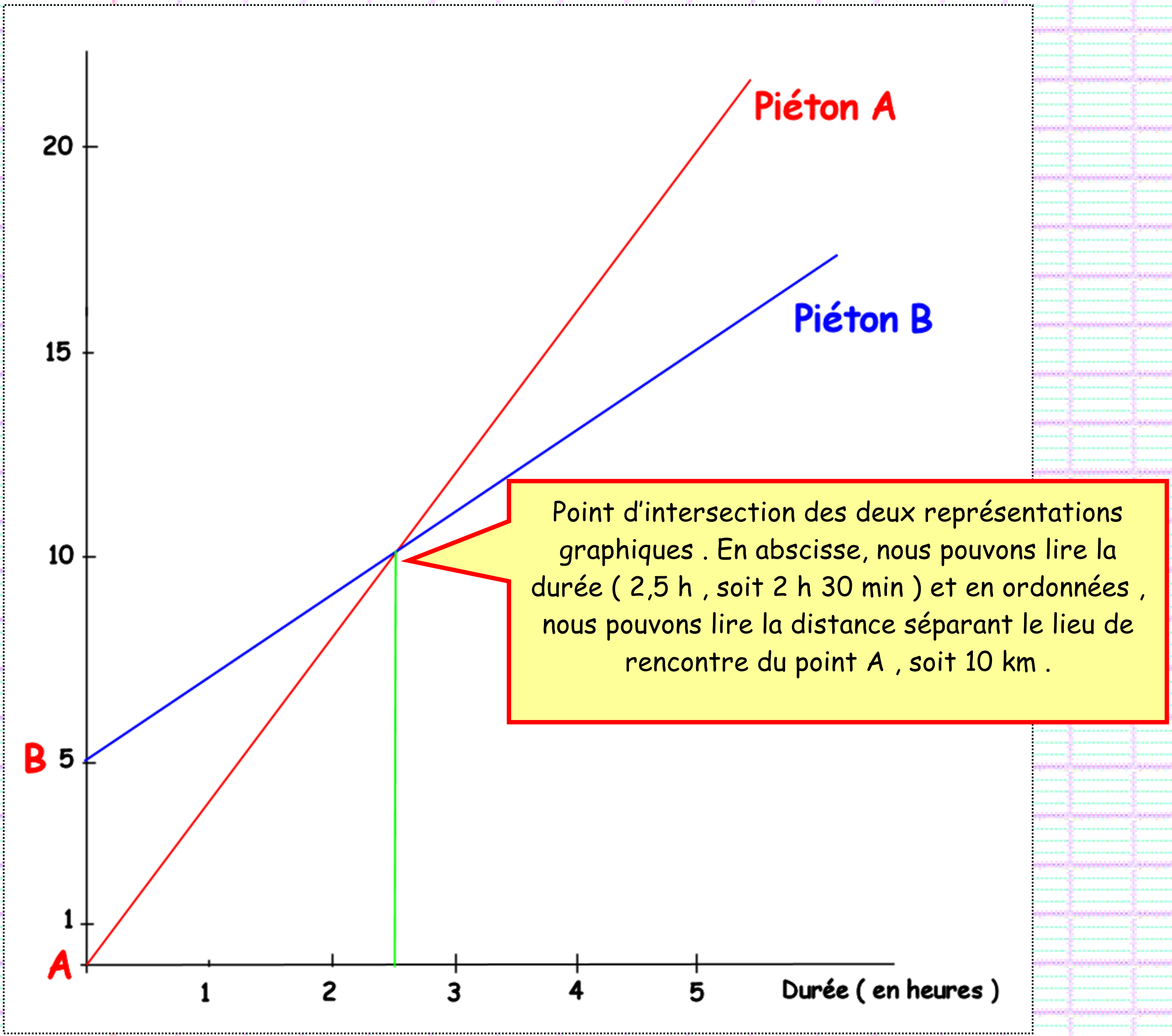
En reportant sur le graphique les points obtenus à partir du tableau, nous obtenons :



b) Heure de rencontre des deux piétons :

Pour déterminer l'heure de rencontre de ces deux piétons , il suffit , à partir du point d'intersection des deux droites, de tracer une droite parallèle à l'axe des ordonnées (droite « verticale ») et de lire , sur l'axe des abscisse, la durée.

D'après le graphique, les deux piétons se rencontreraient au bout de 2 h 30 min , c'est à dire, puisqu'ils sont partis à midi, à 14 h 30 min .



Remarque : Et par le calcul ?

Piéton partant de A :

Temps (en heures)	0	1	2	3	4	t
Distance parcourue (en km)	0	4	8	12	16	$4 \times t$ soit 4 t

Donc , la distance d parcourue par le piéton A , en fonction du temps t, est

$d = 4\,t$

Piéton partant de B :

Temps (en heures)	0	1	2	3	4	t
A partir de B Distance parcourue (en km)	0	2	4	6	8	$2 \times t$
A partir de A Distance parcourue (en km)	5	7	9	11	13	2 t + 5

Donc , la distance d séparant le piéton B du point A , en fonction du temps t, est

$d = 2\,t + 5$

Les deux piétons se rencontreront lorsqu'ils leurs distances par rapport au point A seront identiques

Nous avons donc :

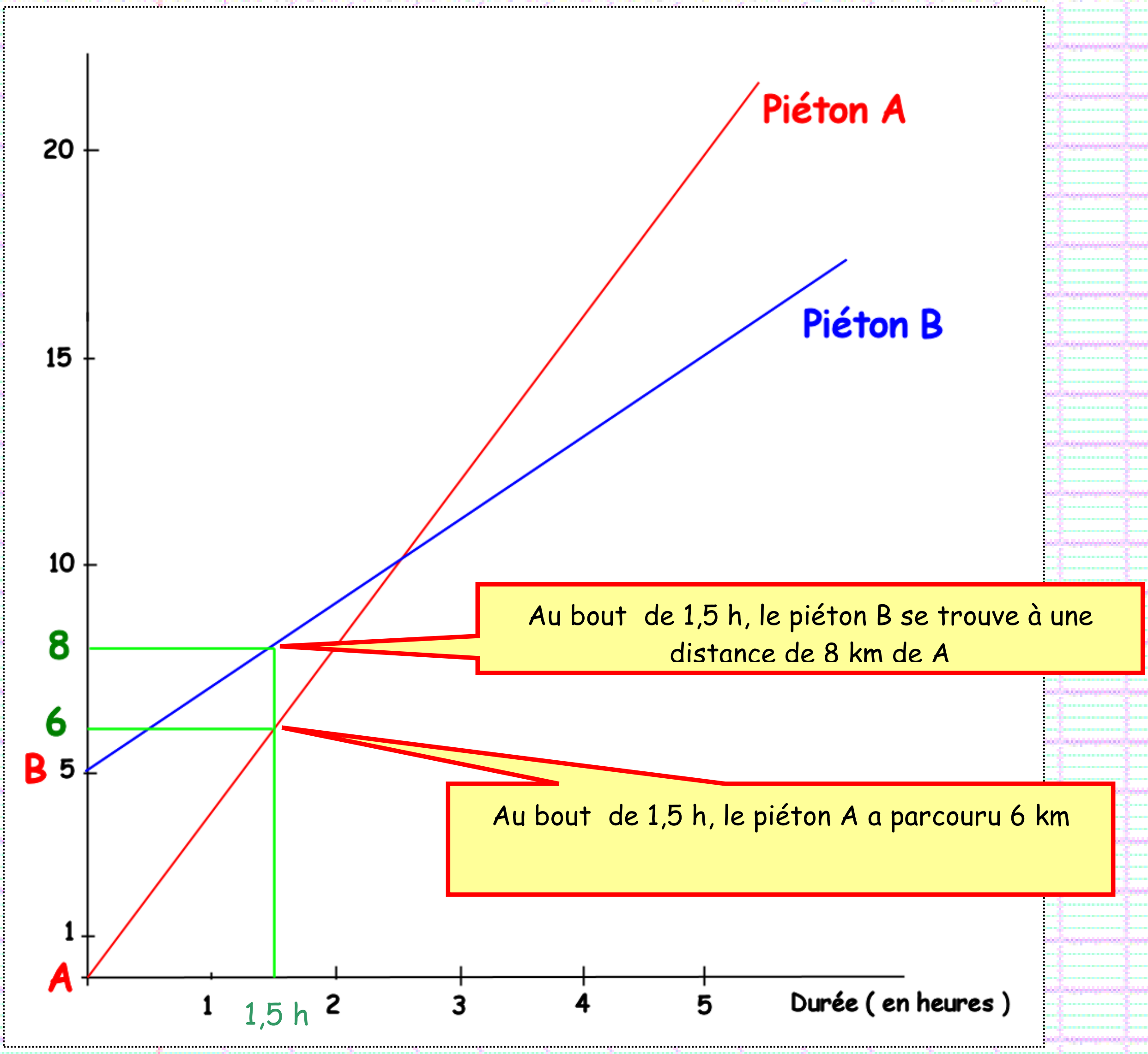
$4\,t = 2\,t + 5$

Soit $4\,t - 2\,t = 5$

Ce qui donne $2\,t = 5$, soit $t = \dfrac{5}{2} = 2{,}5$ h , soit 2 h 30 min

c) Détermination graphique de la distance séparant les piétons à 13 h 30 min :

Les deux piétons sont partis à midi, donc 13 h 30 min correspond sur notre graphique à 1 h min , soit 1,5 h .



La distance séparant les deux piétons à 13 h 30 min est de 8 – 6 , soit 2 km.

Remarque : Et par le calcul ?

La distance d parcourue par le piéton A , en fonction du temps t, est

$d = 4\,t$

A 13 h 30 min , c'est à dire lorsque t = 1 ,5 , nous avons :

$d = 4 \times 1{,}5 = 6$ (km)

La distance d séparant le piéton B du point A , en fonction du temps t, est

$d = 2\,t + 5$

A 13 h 30 min , c'est à dire lorsque t = 1 ,5 , nous avons :

$d = 2 \times 1{,}5 + 5 = 3 + 5 = 8$ (km)

La distance séparant les deux piétons à 13 h 30 min est de 8 – 6 , soit 2 km.