COLLEGE LE CASTILLON-LES PIEUX 9 décembre 2009

BREVET BLANC

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Activités numériques : (12 points)

Exercice 1 :

a) $A = \frac{7}{6} - \frac{1}{6}\times(-1+\frac{11}{5}) = \frac{7}{6} - \frac{1}{6}\times(\frac{5}{5}+\frac{11}{5}) = \frac{7}{6} - \frac{1}{6}\times\frac{6}{5} = \frac{7}{6} - \frac{1}{5} = \frac{35-6}{30}$

$A = \frac{29}{30}$

b) $B = \frac{5\times10^{8}\times4}{1,25\times10^{-4}} = \frac{5\times4\times10^{8}}{1,25\times10^{-4}} = \frac{20\times10^{12}}{1,25} = 16\times10^{12}$

En écriture scientifique B= $1,6\times10^{13}$

c) $C = \frac{9+9\times3}{9-9\times2}$ L'élève a oublié de mettre des parenthèses au numérateur et au dénominateur.

Il devait faire le calcul suivant : (9 + 9×3) : (9 - 9×2)

Exercice 2 :

a) Développement de D:

$D = 9x^2 - 12x + 4 - (3x^2 + 3x - 2x - 2)$

$D = 9x^2 - 12x + 4 - 3x^2 - 3x + 2x + 2)$

$D = 6x^2 - 13x + 6$

b) Factorisation de D:

$D = (3x - 2)[(3x - 2) - (x + 1)]$ Le facteur commun est 3 x - 2

$D = (3x - 2)[3x - 2 - x - 1]$

$D = (3x - 2)(2x - 3)$

c) Pour x = 0 , on utilise la forme développée de D : $D = 6(0)^2 - 13\times0 + 6$ d'où D = 6.

Pour $x = \frac{3}{2}$, on utilise la forme factorisée de D :

$D = (3\times\frac{3}{2} - 2)(2\times\frac{3}{2} - 3) = (3\times\frac{3}{2} - 2)(3 - 3) = 0$

Exercice 3 :

a) On utilise la méthode d'Euclide pour calculer le PGCD de 4 641 et 1 911:

4 641 = $1911\times2 + 819$

1911 = $819\times2 + 273$

819 = $273\times3 + 0$ Le PGCD de 4 641 et 1 911 est le dernier reste non nul, c'est-à-dire 273.

b) On rend la fraction $\frac{4641}{1911}$ irréductible en simplifiant par le PGCD de 4 641 et 1 911:

$\frac{4641:273}{1911:273} = \frac{17}{7}$

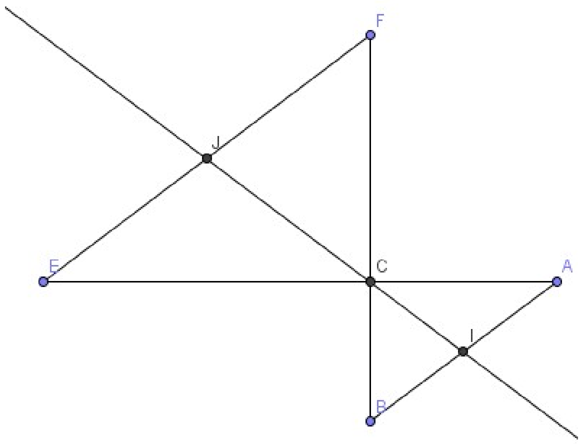
$E = \frac{4641}{1911} - \frac{10}{6} = \frac{17}{7} - \frac{5}{3} = \frac{51-35}{21} = \frac{16}{21}$

Exercice 4 :

1- Réponse 2 2-Réponse 1 3- Réponse 3.

Activitésgéométriques:(12points)

Exercice1 :



a) Figure.

b) Dans le triangle ABC, le côté le plus long est [AB].
Calculons d'une part AB^2 et d'autre part $BC^2 + AC^2$:
$AB^2 = 36$
$BC^2 + AC^2 = 3{,}6^2 + 4{,}8^2 = 36$
Donc $AB^2 = BC^2 + AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC est rectangle en C.

c)Les droites (BF) et (AE) sont sécantes en C.
Les points A et E sont distincts de C .
Les points B et F sont distincts de C .
Les points A,C et E sont alignés dans le même ordre que les points B , C et F.

$$\frac{CA}{CE} = \frac{4{,}8}{8{,}4} = \frac{48}{84} = \frac{12}{21}$$

$$\frac{CB}{CF} = \frac{3{,}6}{6{,}3} = \frac{36}{63} = \frac{12}{21} \quad \text{donc} \quad \frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF}$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (EF) et (AB) sont parallèles.

d) Comme les droites (EF) et (AB) sont parallèles on peut utiliser le théorème de Thalès avec les mêmes conditions qu'au c):

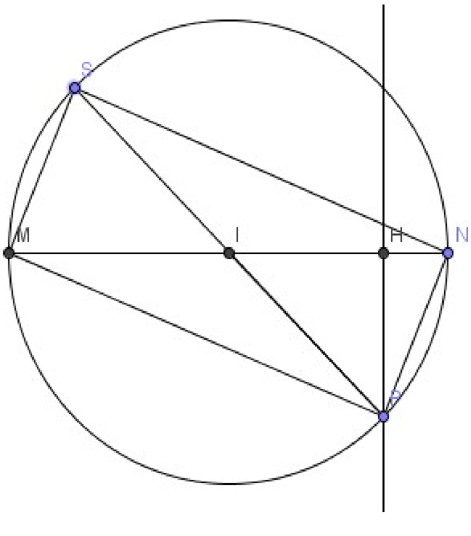
$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CF} = \frac{AB}{EF} \quad EF = \frac{AB \times CF}{CB} = \frac{6 \times 7}{4} = 10{,}5$$

La distance EF est 10,5 cm.

e) Dans le triangle rectangle ABC on utilise le théorème de la médiane: IC = IA = IB = 3
La distance IC est de 3 cm.

f) Deux angles alternes- internes formés par deux droites parallèles et une sécante sont égaux.
On sait d'une part que les droites (EF) et (AB) sont parallèles et d'autre part que les angles $B\hat{I}C$ et $C\hat{J}F$ sont alternes- internes , on conclut donc que les angles précédents sont égaux.

Exercice2:



a) Le triangle MNP est inscrit dans le cercle de diamètre [MN], il est donc rectangle en P.

b) On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle MNP:

$MN^2 = MP^2 + NP^2$
$MP^2 = 13^2 - 5^2$
$MP = 169 - 25$
$MP^2 = 144$
$MP = 12$
La distance MP est 12 cm.

c)L'aire du triangle MNP est $\frac{PM \times PN}{2}$ soit 30cm².

On peut aussi calculer l'aire avec la hauteur PH: $\frac{PH \times MN}{2}$ = 30 d'où $PH \times 13$ = 60

soit PH = $\frac{60}{13}$ La distance PH est $\frac{60}{13}$ cm.

d) I est milieu de [MN] et I est milieu de [PS] par définition de la symétrie centrale. Dans le quadrilatère MPNS les diagonales se coupent donc en leur milieu I, c'est donc un parallélogramme.
De plus , le triangle MNP est rectangle en P.
MPNS est un parallélogramme avec un angle droit, donc MPNS est un rectangle.

Problème:

Partie1 :

a) Comme ABCD est un carré , le triangle MBC est rectangle en B. On peut utiliser le théorème de Pythagore dans le triangle MBC:
MC² = MB² + BC²
MC² = 10² + 12²
MC² = 100 + 144
MC² = 244
MC = $\sqrt{244}$
MV $\approx$ 15,62 La distance MV vaut 15,62 cm au centième près..

b) Pour calculer le périmètre de AMCN , on calcule AN + NC + CM + MA.
On obtient :4 + 2 $\sqrt{244}$ $\approx$ 35,2
Le périmètre de AMCN est 35,2 cm au dixième près.

c) Les droites (MB) et (ND) sont sécantes en A.
Les points M et B sont distincts de A .
Les points N et D sont distincts de A .
Les points B,M et A sont alignés dans le même ordre que les points D , N et A .
$\frac{AM}{AB} = \frac{2}{12}$
$\frac{AN}{AD} == \frac{2}{12}$ donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ (MN) et (BD) sont parallèles.

D'une part, les droites (MN) et (BD) sont parallèles.
D'autre part, comme ABCD est un carré les diagonales (BD) et (AC) sont perpendiculaires, donc les droites (MN) et (AC) sont perpendiculaires.

Remarque: le quadrilatère ANCM est un cerf-volant!

d) On calcule l'aire des deux triangles rectangles MBC et NDC . On peut remarquer que ceux-ci sont identiques : l'aire de ces deux triangles est de 60 cm² . ($\frac{MB \times BC}{2}$)
Remarque : les triangles MBC et NDC sont symétriques par rapport à l'axe (AC).

L'aire du quadrilatère AMCN est l'aire du carré ABCD moins l'aire des deux triangles MBC et NDC:
On obtient 144 – 120 = 24. L'aire du quadrilatère AMCN est 24 cm².

Partie 2:

On utilise exactement les mêmes méthodes que dans la première partie en remplaçant AN et AM par x.

a)

$$\frac{AM}{AB} = \frac{x}{12}$$

$\frac{AN}{AD} == \frac{x}{12}$ donc $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ (MN) et (BD) sont parallèles.

b) L'aire des deux triangles rectangles MBC et NDC est $6\ (\ 12 - x\ )$:

$\frac{MB \times BC}{2} = \frac{(12 - x) \times 12}{2} = 6\ (\ 12 - x\ )$

c) L'aire du quadrilatère AMCN est $12\ x$:

$144 -\ 2 \times 6\ \ (\ 12 - x\ ) = 144 - 144 + 12x = 12\ x$.

d) Pour que les aires soient égales , il faut que x vérifie l'égalité:

$6\ (\ 12 - x\ ) = 12\ x$

$72 - 6\ x = 12x$

$72 = 18\ x$

$x = 4$

La valeur de x est 4.